Научная статья
УДК 372.853
ББК 74.489
ГРНТИ 14.35.09
ВАК 5.8.2.
PACS 01.40.Di
OCIS 000.2060
MSC 83D05

Методика преподавания космологической инфляции в модифицированных теориях гравитации в курсе физике

М. А. Чернеев [1]

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова», 432071, Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 14 мая 2026 года
После переработки 16 мая 2026 года
Опубликована 30 июня 2026 года

Аннотация. Обсуждаемая методика преподавания космологической инфляции в модифицированных теориях гравитации может стать инновационной основой для подготовки учителей физики, обучающих как студентов, так и школьников в рамках профильных курсов. Использование гибридных подходов (например, сочетание общей теории относительности и $f(R)$-теорий гравитации) позволяет формировать у будущих учителей гибкое мышление, акцентируя внимание на альтернативных теориях гравитации, что развивает критическое отношение к стандартным моделям и стимулирует научную любознательность у учащихся. Методика позволяет интегрировать междисциплинарные связи, связывая физическую космологию с математическим анализом, историей науки (например, эволюцией идей от Эйнштейна к Старобинскому) и проблемам тонкой настройки Вселенной, что соответствует современным требованиям к компетентностному подходу в педагогическом образовании. Рассматриваются методические подходы к преподаванию физической космологии на примере инфляционных моделей в модифицированных теориях гравитации. Особое внимание уделяется теории Эйнштейна–Гаусса–Бонне, позволяющей связать фундаментальные вопросы ранней Вселенной с современными наблюдательными данными. Предлагается структура учебного курса, ориентированная на развитие исследовательских компетенций студентов педагогических специальностей с профилем по физике. Кроме того, ситуативные задачи на сравнение предсказаний различных теорий (например, от $f(R)$ до ΛCDM) могут быть использованы в практикумах, где студенты разрабатывают уроки по физике для старшеклассников, обучаясь методам активизации познавательной деятельности. Наконец, данная методика способствует повышению мотивации студентов педагогических вузов за счёт актуальности темы: обсуждение инфляции в модифицированных теориях гравитации привлекает внимание к передовым направлениям современной астрофизики, что особенно важно для формирования профессиональной идентичности будущих учителей физики.

Ключевые слова: космология, инфляция, модифицированная гравитация, теория Эйнштейна–Гаусса–Бонне, методика преподавания физики, высшее образование

[1] E-mail: makcn777@gmail.com

Введение

Физическая космология занимает важное место в системе подготовки учителей физики. Физическая космология основана на модели горячего Большого взрыва. Физическая космология успешно описывает расширение Вселенной, образование химических элементов и существование космического микроволнового фона. Развитие наблюдательной астрономии, регистрация гравитационных волн и высокоточные измерения параметров космического микроволнового фона требуют включения в образовательный процесс новейших достижений фундаментальной науки. После открытия космического микроволнового фона и уточнения параметров Вселенной возникла необходимость объяснения ряда фундаментальных проблем стандартной модели Большого взрыва. Наиболее успешным решением стала теория космологической инфляции, предполагающая существование стадии ускоренного расширения ранней Вселенной. Одним из наиболее значимых направлений современной космологии является теория космологической инфляции, объясняющая происхождение крупномасштабной структуры Вселенной и решающая основные проблемы стандартной модели Большого взрыва.

Инфляционная космология остаётся одной из самых динамично развивающихся областей теоретической физики, однако её совместимость с модифицированными теориями гравитации (например, $f(R)$, $f(T)$, скалярно-тензорными или высшими производными) требует систематического пересмотра. Теория космологической инфляции предполагает период быстрого и экспоненциального расширения Вселенной на ранних этапах её развития. Учёт нестандартных гравитационных эффектов в ранней Вселенной может привести к новым предсказаниям, объясняющим аномалии в спектре первичных возмущений или космологических параметрах, наблюдаемых современными космическими миссиями. Разработка адаптированных методик преподавания данной тематики становится актуальной в контексте интеграции альтернативных гравитационных моделей в образовательные стандарты физико-математических вузов.

Целью работы является разработка эффективной методики преподавания космологической инфляции в рамках модифицированных теорий гравитации для студентов, обучающихся по специальностям педагогического направления подготовки со специализацией в области физики.

Задачи исследования могут быть сформулированы следующим образом:

1. проанализировать ключевые отличия инфляционных сценариев в стандартной и модифицированной гравитации (например, роль дополнительных степеней свободы, изменение уравнений Эйнштейна),
2. создать адаптированные учебные материалы, включая решения упрощённых физических задач и визуализации динамики скалярного поля в неканонических моделях теории гравитации,
3. разработать алгоритм оценки наблюдательных последствий (спектр возмущений, тензор-модель зависимости) для конкретных модификаций теории гравитации.

Объектом исследования является процесс преподавания разделов физической космологии, посвящённых инфляционной эпохе, в контексте современных модифицированных теорий гравитации. Предметом исследования является методический подход в процессе преподавания физической космологии для формирования у студентов понимания физических механизмов космологической инфляции в альтернативных теориях гравитации, включая выбор математического аппарата, примеры и задачи.

Гипотеза научного исследования состоит в том, что эффективное освоение студентами темы инфляции в модифицированных теориях гравитации возможно при использовании модульной системы обучения, сочетающей анализ классических решений с интерактивными моделями нестандартных гравитационных эффектов.

Научная новизна исследования заключается в том, что предложенная методика впервые объединяет педагогические приёмы для преподавания инфляции в рамках $f(R)$, $f(T)$ и других модификаций, учитывая их специфические математические и физические особенности.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что работа вносит вклад в развитие дидактики фундаментальной физики, демонстрируя возможность адаптации сложных теоретических концепций для образовательных целей. Практическая значимость исследования состоит в том, что методика может быть внедрена в учебные планы педагогических университетов, повышая уровень подготовки специалистов для современных исследований в области преподавания астрономии, астрофизики и физической космологии.

Обзор

Космологическая инфляция является ключевой парадигмой современной космологии, объясняющая однородность и изотропию наблюдаемой Вселенной, а также происхождение первичных возмущений плотности, из которых впоследствии сформировалась крупномасштабная структура. Инфляционная теория, изначально предложенная А. Гутом и А. Старобинским, получила мощное подтверждение в данных спутников WMAP и Planck. В последние десятилетия значительный интерес вызывает изучение инфляции в рамках модифицированных теорий гравитации, где действие Эйнштейна-Гильберта обобщается различными способами. Преподавание этой сложной, но фундаментальной темы требует как глубокого понимания физических принципов, так и владения математическим аппаратом современных теорий гравитации.

Космологическая инфляция в физической космологии представляет собой период экспоненциального расширения Вселенной на ранних стадиях её эволюции, который описывается квази-деситтеровским решением с медленно меняющимся параметром Хаббла H. Ключевыми параметрами, характеризующими инфляцию, являются параметры медленного скатывания ϵ и η, которые должны быть много меньше единицы в течение инфляционной фазы [1]. Число e-фолдов N_e, измеряющее степень расширения, должно быть не менее 55-65 для решения проблем горизонта и плоскостности. Спектральный индекс скалярных возмущений n_s и тензор-скалярное отношение r являются наблюдаемыми величинами, которые позволяют проверять инфляционные модели. Согласно данным спутника Planck, $n_s = 0.9603 \pm 0.0073$ и $r < 0.11$ [1]. Эти наблюдательные ограничения служат важнейшим критерием для отбора наблюдаемых моделей инфляции.

В физической космологии модифицированные теории гравитации расширяют общую теорию относительности путём изменения гравитационного действия. К наиболее известным классам таких теорий относятся: $f(R)$-гравитация, где действие содержит произвольную функцию скалярной кривизны R. Как отмечается в обзоре, этот класс теорий особенно важен, поскольку он может быть преобразован к скалярно-тензорной форме путём конформного преобразования, что позволяет изучать инфляцию в формализме единого скалярного поля (инфлатона) [2]. Модель Старобинского $f(R) = R + \alpha R^2$ является наиболее известным примером инфляции в модифицированной гравитации и остаётся одной из наиболее согласованных с данными космической миссии Planck [3].

$f(R,T)$-гравитация обобщает $f(R)$-теорию, включая зависимость от следа тензора энергии-импульса T. Это позволяет учитывать минимальную связь между материей и геометрией [4]. В рамках этой теории возможно описание как ранней инфляции, так и позднего ускоренного расширения Вселенной.

Телепараллельные теории ($f(T)$ и $f(T,\mathcal{T})$) основаны на кручении вместо кривизны и являются альтернативной формулировкой гравитации. В таких теориях гравитаци-

онное поле описывается тензором кручения, а не тензором Римана [5].

Скалярно-тензорные теории, включая теории Хорндески, представляют собой наиболее общие Лоренц-инвариантные теории с уравнениями движения второго порядка [6].

В $f(R)$-гравитации инфляция может быть реализована несколькими способами. Наиболее известный — модель Старобинского, где квадратичный член R^2 доминирует при высоких кривизнах, обеспечивая квази-деситтеровскую фазу, а линейный член R завершает инфляцию при уменьшении кривизны [1]. С помощью метода конформного преобразования $f(R)$-гравитация в форме Жордана может быть преобразована в скалярно-тензорную теорию в форме Эйнштейна, где инфлатон ϕ описывается потенциалом $V(\phi) \approx \left(1 - e^{-\sqrt{2/3}\kappa\phi}\right)^2$ [2].

Обобщённые модели включают степенные поправки к общей теории относительности вида $f(R) = R + \gamma R^{2-n}$, где $0 < n < 2$. Для таких моделей спектральный индекс и тензор-скалярное отношение могут быть согласованы с данными миссии Planck при определённых значениях параметров [2].

В работе [4] исследуется инфляция в $f(R,T)$-теории для двух конкретных моделей: $f(R,T) = R + \gamma R^2 + \lambda T$ и $f(R,T) = R + \alpha T + \beta T^2$. Показано, что при соответствующих значениях свободных параметров наблюдаемые величины (тензор-скалярное отношение r, спектральный индекс n_s, его бег α_s) могут быть совместимы с данными Planck и BICEP2/Keck Array. В таких моделях возможна реализация как фантомной, так и квинтэссенциальной тёмной энергии, что объединяет раннюю инфляцию с поздним ускорением Вселенной.

В телепараллельном подходе $f(T,\mathcal{T})$, где T – скаляр кручения, а $\mathcal{T}$ – след тензора энергии-импульса, также возможна успешная инфляция. В работе [5] показано, что для модели $f(T,\mathcal{T}) = \alpha T + \beta\mathcal{T}$ при медленном скатывании параметры инфляции (r, n_s, α_s) согласуются с наблюдениями. Параметр замедления q в такой модели демонстрирует переход от замедления к ускорению, что объясняет не только инфляцию, но и позднее ускорение.

Теории гравитации с высшими производными, такие как $f(R^2, P, Q)$-гравитация (где $P = R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, $Q = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$), также могут описывать инфляцию. В статье [7] исследована хаотическая инфляция в таких моделях и показали, что для массивного скалярного поля с квадратичным потенциалом возможна реализация инфляции, согласующейся с данными, хотя значение тензор-скалярного отношения может превышать ограничения Planck.

Современный подход к преподаванию космологической инфляции в модифицированных теориях гравитации включает использование формализма эффективной теории поля. В статье [6] разработан общий подход эффективной теории поля для описания тензорных возмущений на фоне стандартной космологической модели, который охватывает широкий класс теорий: от скалярно-тензорных до гравитации Хоравы-Лифшица. Этот подход особенно полезен для педагогических целей, поскольку позволяет описывать различные модификации гравитации.

При преподавании космологической инфляции в модифицированных теориях гравитации необходимо последовательно вводить следующие концепции: стандартная инфляция в общей теории относительности с параметрами медленного скатывания, спектрами возмущений, данными Planck [1], конформные преобразования на основе перехода между формой Жордана и формой Эйнштейна, демонстрация эквивалентности $f(R)$-гравитации и скалярно-тензорных теорий [2], методы реконструкции для восстановления формы $f(R)$ по заданному потенциалу инфлатона или по наблюдательным данным [1, 2], нестабильность Остроградского, в которой некоторые модификации гравитации приводят к призрачным модам, а $f(R)$-теории — нет [8], экранирующие механизмы:

хамелеон, симметрон, Вайнштейна — как модифицированные теории гравитации согласуются с локальными тестами [8, 9].

Фундаментальный обзор в работе [9] предоставляет всестороннее введение в модифицированные теории гравитации и их космологические следствия, включая инфляцию. Этот обзор может служить основным учебным пособием для аспирантов и исследователей.

В работе [8] даётся доступное введение в предмет, начиная с тестов общей теории относительности и заканчивая современными теориями. Особое внимание уделяется нестабильности Остроградского, что критически важно для понимания ограничений на построение наблюдаемых моделей.

При преподавании рекомендуется начинать с модели Старобинского как простейшего примера инфляции в модифицированной гравитации [1, 3], использовать конформное преобразование для демонстрации связи между $f(R)$-гравитацией и стандартной инфляцией со скалярным полем [2], изучать наблюдательные ограничения (n_s, r) как критерий отбора моделей, рассматривать как минимум два класса модифицированных теорий: $f(R)$ и $f(R,T)$ для демонстрации разнообразия подходов [2, 4], включать обсуждение экранирующих механизмов для связи с экспериментальными ограничениями [8, 9].

Несмотря на успехи инфляционных моделей в модифицированных теориях гравитации, остаются открытые вопросы. Как отмечается в обзоре [1], наблюдательные данные Planck накладывают жёсткие ограничения на тензор-скалярное отношение $r < 0.11$, что исключает многие модели с большими значениями r. Однако будущие эксперименты по B-модовой поляризации, такие как LiteBIRD, позволят ещё сильнее ограничить или обнаружить гравитационные волны инфляционного происхождения [6].

Важным педагогическим аспектом является демонстрация того, что различные модифицированные теории гравитации могут быть сведены к единому формализму эффективной теории поля, что даёт студентам целостное представление о современном состоянии исследований в этой области.

Преподавание космологической инфляции в модифицированных теориях гравитации требует междисциплинарного подхода, объединяющего общую теорию относительности, космологию возмущений и современные методы квантовой теории поля. Обзорные работы [1, 2, 8, 9] предоставляют необходимую базу для построения учебных курсов, а конкретные модели [4–7] демонстрируют разнообразие подходов к описанию ранней Вселенной в рамках модифицированной гравитации.

В школах и университетах гравитацию преподают, по сути, в ньютоновском ключе. Ньютоновская механика возникла во времена, когда не существовало полей, когда энергия не была физической величиной, и когда приходилось довольствоваться концепцией действия на расстоянии. Теория, лишенная таких недостатков, — электромагнетизм Максвелла — появилась примерно 150 лет спустя. Она могла бы послужить моделью для современной теории гравитации. В действительности, такая теория гравитации, гравитоэлектромагнетизм, была предложена Хевисайдом. Однако она не получила развития, поскольку, во-первых, многие описываемые ею эффекты очень и очень малы; во-вторых, она содержит некоторые утверждения, которые кажутся неприемлемыми для некоторых исследователей; и в-третьих, вскоре после этого появилась общая теория относительности, которая устранила старые недостатки и, казалось, сделала классическую теорию гравитации излишней. В статье [10] утверждается, что тема гравитоэлектромагнетизма является законной для преподавания в школах и университетах даже сейчас. С одной стороны, общая теория относительности непрактична для многих приложений из-за больших математических затрат, а с другой стороны, теория гравитоэлектромагнетизма отнюдь не описывает лишь мельчайшие эффекты. Скорее,

она решает проблему, которая намеренно игнорируется в традиционном преподавании ньютоновской механики: к какой системе в статье [10] относят так называемую потенциальную энергию? В статье [10] также сталкиваются с некоторыми особенностями гравитоэлектромагнетизма, которые обусловлены тем, что сжимающие и растягивающие напряжения в гравитационном поле меняются местами по сравнению с электромагнитным полем.

В статье [11] было показано, что концептуальные карты оказывают положительное влияние на качество обучения студентов в различных дисциплинарных контекстах и на разных уровнях образования, от начальной школы до университета, помогая студентам связывать идеи и развивать продуктивную структуру знаний для поддержки дальнейшего обучения. Однако оценка концептуальных карт всегда была спорным вопросом. Некоторые авторы сосредотачиваются на количественной оценке карт, в то время как другие предпочитают более описательное определение качества карт. Насколько нам известно, ранее не рассматривались концептуальные карты с точки зрения оценки различных типов знаний (например, процедурных и концептуальных), заложенных в концептуальной карте, или способов их взаимодействия. В статье [11] рассматриваются карты, используя подход, предлагаемый теорией кода легитимации, для анализа концептуальных карт с точки зрения семантической значимости и семантической плотности. Качественно, переплетая эти понятия, в статье [11] рассматриваются различные знания, необходимые для достижения профессиональных знаний или экспертного понимания. В статье [11] примеры карт используются в качестве иллюстраций того, как студенты могут направлять своё обучение к экспертному уровню и как это проявляется в их концептуальных картах. Включены выводы, касающиеся разработки учебных программ и оценки качества преподавания.

Возможность реализации инфляции Хиггса в модели с малой неминимальной константой связи, продемонстрированная недавно, даёт основания для дальнейшего развития модели. Включение электромагнитной стандартной модели в двухмерную теорию таким образом, чтобы полностью учитывать структуру двухмерной теории, приводит к теории, которую в статье [12] называют двухмерной стандартной моделью. Двухмерная стандартная модель реализуется в контексте космологии как набор космологически модифицированных копий теории Глэшоу-Вейнберга-Салама, причём каждая из копий существует как локальная квантовая теория поля, определённая на классическом космологическом фоне на соответствующем этапе его эволюции. Эта основная идея подробно изучается для двух этапов эволюции космологического фона: для медленной инфляции и для этапа приближения к вакууму. В основном из-за наличия отношения двух объёмных мер во всех уравнениях движения все константы связи двухмерной стандартной модели превращаются в своего рода «бегущие» (классические) эффективные параметры двухмерной теории. В статье [12] показано, что благодаря этим результатам классического уровня учёт квантовых поправок в однопетлевом приближении сохраняет режим медленной инфляции и не нарушает вакуумную стабильность во время инфляции.

В статье [13] предложена модифицированная релятивистская динамическая модель для частицы, подвергающейся собственному ускорению a, погружённой в вакуумный фон с температурой T. В рамках этой модели эффект Унру диктует, что ускоренный наблюдатель воспринимает вакуум как тепловую ванну. Связывая планковскую температуру T_P и соответствующий ей энергетический масштаб E_P с инвариантным максимальным планковским ускорением a_P, переформулируем динамику в рамках двойной специальной теории относительности. В этой модели тепловой фон, вызванный ускорением, действует как физически предпочтительная система отсчёта, требующая квантово-гравитационной поправки к эквивалентности массы и энергии $E = mc^2$. Это

выведение приводит к дисперсионному соотношению Магуэйхо-Смолина, здесь переинтерпретированному через космологическо-термодинамическую призму, где тепловой вакуум динамически возникает из ускорения частиц. Кроме того, в статье [13] продемонстрировано, что скорость света расходится при $T \to T_P$ в ранней Вселенной, движимая инфляцией на планковском масштабе ускорения. Быстрое уменьшение скорости света c в эпоху инфляции предоставляет новый механизм для теорий с переменной скоростью света, предлагая надёжную альтернативу для решения проблемы горизонта.

В статье [14] представлен краткий обзор последних достижений в энтропийной космологии, основанных на двух термодинамических законах видимого горизонта, а именно первом и втором законах термодинамики. Первый закон, по сути, описывает изменение энтропии видимого горизонта в ходе космической эволюции Вселенной; в частности, он выражается формулой $TdS = -d(\rho V) + WdV$ (где W – плотность работы, а другие величины имеют свои обычные значения). Таким образом, первый закон фактически связывает различные теории гравитации с энтропией видимого горизонта. Это приводит к естественному вопросу: «Какова форма энтропии горизонта, соответствующая общей модифицированной теории гравитации?». Второй закон термодинамики горизонта гласит, что изменение полной энтропии (суммы энтропии горизонта и энтропии полей материи) относительно космического времени должно быть положительным, при этом поля материи ведут себя как открытая система, характеризующаяся ненулевым химическим потенциалом. Второй закон термодинамики горизонта, что важно, предоставляет независимые от модели ограничения на энтропийные параметры. В заключение в статье [14] обсуждается точка зрения энтропийной космологии на инфляцию (или отскок), перегрев и первичные гравитационные волны с позиции обобщенной функции энтропии.

Жизнеспособная эра доминирования излучения в ранней Вселенной лучше всего описывается стандартной моделью космологии. В статье [15] демонстрируется реконструкция форм $f(R)$ в модифицированной теории гравитации и метрически совместимой $f(T)$ вместе с симметричной $f(Q)$ в альтернативных телепараллельных теориях гравитации с разных точек зрения, в первую очередь, делая акцент на жизнеспособной стандартной модели космологии эры доминирования излучения. В статье [15] космологическая инфляция также была изучена для конкретного выбора скалярного потенциала. В статье [15] обнаружено, что параметры космологической инфляции достаточно хорошо согласуются с недавно опубликованными наблюдательными данными.

В статье [16] предлагается новая гравитационная теория, вдохновлённая теориями струн, в четырёх измерениях пространства-времени, представляющая собой сумму модифицированной $(R + \alpha R^2)$ гравитации, мотивированной инфляцией Старобинского, и ведущей поправки Бель-Робинсона-тензор-квадрат к гравитационному эффективному действию суперструн и М-теории, компактифицированной до четырёх измерений. Раскрывается возможное происхождение теории из более высоких измерений. Предложенное действие Старобинского-Беля-Робинсона имеет только два свободных параметра, что делает его пригодным для проверяемых физических приложений в физике чёрных дыр, космологической инфляции и излучении Хокинга.

В статье [17] рассматривается развитие релятивистской космологии и введение в неё инфляции как экспоненциально расширяющейся ранней фазы Вселенной. В статье [17] изучаются свойства стандартной космологической модели, разработанной в рамках релятивистской космологии, и геометрическая структура пространства-времени, когерентно связанная с ней. В статье [17] дополнительно исследуются геометрические свойства пространства и пространства-времени, заложенные в стандартной космологической модели. Модель Большого взрыва как начала Вселенной основана на стандартной модели, которая не смогла объяснить плоскость и крупномасштабную однородность

Вселенной, как это демонстрируют наблюдательные данные. Эти космологические проблемы были решены путём введения короткой фазы ускоренного расширения в самой ранней Вселенной, известной как инфляция. Космическая инфляция, устанавливающая начальные условия стандартной модели Большого взрыва, решает эти проблемы теории. В статье [17] обсуждается, как инфляционная парадигма решает эти проблемы, предлагая период быстрого расширения в ранней Вселенной. В статье [17] также рассматриваются инфляция и тёмная энергия в модифицированной $f(R)$-гравитации.

Научное содержание темы

Инфляционная стадия характеризуется ускоренным расширением пространства:

$$a(t) \propto e^{Ht}\,, \tag{1}$$

где $a(t)$ — масштабный фактор, а H — параметр Хаббла. Космологическая инфляция позволяет объяснить проблему горизонта, проблему плоскостности.

Для решения проблем физической космологии была предложена инфляционная стадия расширения Вселенной. В течение очень короткого промежутка времени масштабный фактор возрастал экспоненциально:

$$a(t) = a_0 e^{Ht}\,. \tag{2}$$

Количество e-фолдов определяется выражением

$$N = \ln \frac{a_f}{a_i}\,. \tag{3}$$

Для успешной инфляции обычно требуется $N \approx 50 - 60$. Стандартная теория относительности Эйнштейна прекрасно описывает галактики и чёрные дыры, но когда дело доходит до космологической инфляции или тёмной энергии, необходимо использовать модифицированные теории гравитации.

Несмотря на успех инфляционной модели, остаются вопросы о происхождении инфлатона и квантовых поправках. Это привело к развитию модифицированных теорий гравитации: $f(R)$-гравитация, скалярно-тензорных теорий гравитации, теории Эйнштейна–Гаусса–Бонне. В настоящее время активно исследуются инфляционные модели в рамках модифицированных теорий гравитации. Одной из наиболее перспективных является теория Эйнштейна–Гаусса–Бонне. Действие в теория Эйнштейна–Гаусса–Бонне записывается в виде

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_{\rm Pl}^2}{2}R - \frac{1}{2}(\partial\phi)^2 - V(\phi) - \frac{1}{2}\xi(\phi)\,\mathcal{G}\right]\,. \tag{4}$$

Здесь

$$\mathcal{G} = R^2 - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} \tag{5}$$

является инвариантом Гаусса–Бонне. Связь функции $\xi(\phi)$ со скалярным полем приводит к изменению инфляционной динамики. Основными характеристиками инфляционных моделей являются спектральный индекс n_s и тензорно-скалярное отношение r. Согласно современным наблюдениям $n_s \approx 0.965$, $r < 0.036$. Многие модели теории Эйнштейна–Гаусса–Бонне успешно удовлетворяют этим ограничениям.

Модифицированные теории гравитации предлагают альтернативные объяснения ускоренному расширению Вселенной без введения тёмной энергии в форме космологической постоянной. Ключевым инструментом для тестирования таких теорий являются

наблюдательные последствия на фоне возмущений метрики и скалярных полей. Алгоритм оценки этих последствий включает три взаимосвязанных этапа: построение динамических уравнений для фона и возмущений, анализ спектра первичных возмущений (скалярных, векторных и тензорных) и вычисление статистических характеристик (например, спектра мощности, корреляционных функций, анизотропии реликтового излучения и слабых линз). Здесь представлен обобщённый алгоритм для классов модифицированных теорий гравитации, включающих $f(R)$-гравитацию, скалярно-тензорные теории, а также теории с дополнительными полями (например, $f(T)$, где T – скалярная торсионная кривизна).

Рассмотрим обобщённую теорию гравитации с действием, включающим произвольную функцию от скаляра кривизны R и других инвариантов:

$$S = \frac{1}{16\pi G}\int \mathrm{d}^4x\sqrt{-g}\, f\left(R, \mathcal{X}, \dots\right) + S_{\text{mat}} \,, \tag{6}$$

где $\mathcal{X}$ может обозначать, например, скалярную кривизну торсиона или дополнительные поля. Вариационный принцип приводит к одифицированным уравнениям Эйнштейна с эффективным тензором энергии-импульса:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G\, T^{\text{eff}}_{\mu\nu} = 8\pi G\, T^{\text{материя}}_{\mu\nu} + T^{f}_{\mu\nu} \,, \tag{7}$$

где $T^{f}_{\mu\nu}$ – вклад от дополнительных членов действия. Для $f(R)$-гравитации он имеет вид:

$$T^{f}_{\mu\nu} = \frac{1}{8\pi G}\left[\nabla_\mu\nabla_\nu f_R - g_{\mu\nu}\Box f_R + g_{\mu\nu}\frac{f - Rf_R}{2}\right] \,, \tag{8}$$

где $f_R = \partial f/\partial R$. В случае однородного и изотропного фона уравнения для $H(a)$ и $f_R(a)$ записываются как система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$3H^2 = 8\pi G\rho_{\text{mat}} + \frac{Rf_R - f}{2} \,, \quad \dot{H} = -4\pi G(\rho_{\text{mat}} + p_{\text{mat}}) + \frac{\dot{R}f_{RR}}{2} \,, \tag{9}$$

где $R = 6\left(\dot{H} + H^2\right)$, а $f_{RR} = \partial^2 f/\partial R^2$. Решение этой системы даёт эффективный параметр состояния w_{eff}, определяемый через $p_{\text{eff}} = w_{\text{eff}}\rho_{\text{eff}}$, где $\rho_{\text{eff}} = \rho_{\text{mat}} + \rho_f$, а ρ_f – плотность энергии, связанная с $f(R)$.

Разложим метрику и скалярные поля по линейным возмущениям в синхронных гауссовых координатах:

$$\mathrm{d}s^2 = -a^2(\tau)\left[(1+2\Phi)\mathrm{d}\tau^2 - (1-2\Psi)\delta_{ij}\mathrm{d}x^i\mathrm{d}x^j\right] \,, \tag{10}$$

где Φ и Ψ – скалярные возмущения Ньютона и кривизны соответственно. Для скалярно-тензорных теорий вводим также возмущение скалярного поля $\delta\phi$. Линейные уравнения для возмущений получаются из действия путем разложения до первого порядка по малым параметрам. Например, для $f(R)$-гравитации уравнения для Φ и Ψ принимают вид:

$$k^2\Psi = 4\pi G a^2\left(\delta\rho_{\text{материя}} + \frac{k^2}{a^2}\delta q - 3H\delta\dot{q}\right) + \frac{k^2}{a^2}f_R\Phi + \frac{1}{2}\left(R - f_R R\right)\Phi \,, \tag{11}$$

$$\ddot{\Psi} + 3H\dot{\Psi} + \left(2\dot{H} + \frac{k^2}{a^2}\right)\Psi = 4\pi G\delta p_{\text{mat}} + \frac{1}{2}\dot{f}_R\dot{\Phi} + \varphi(\delta q) \,, \tag{12}$$

где $\varphi(\delta q)$ – возмущение дополнительного скалярного поля, связанного с f_R. Векторные и тензорные моды в модифицированной теории гравитации часто совпадают с обобщённой теорией относительности на фоне, но их спектры могут модифицироваться из-за дополнительных кинетических членов.

В рамках инфляционной парадигмы первичные возмущения генерируются квантовыми флуктуациями скалярного поля инфлятона $\delta\phi$. В модифицированной теории гравитации спектр скалярных возмущений определяется через модифицированную функцию передачи T_k:

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k) = |T_k|^2 \mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{\mathrm{GR}}(k) \ , \tag{13}$$

где $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}^{\mathrm{GR}}(k) = \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}^2}$ – спектр в теории относительности, а T_k учитывает вклад дополнительных полей. Для $f(R)$-гравитации:

$$T_k \approx 1 + \frac{3}{2}\frac{H^2}{\dot{H}} f_{RR} k^2 + \mathcal{O}\left(k^4\right) \ , \tag{14}$$

что приводит к модификации спектра на больших масштабах (малые k). В скалярно-тензорных теориях спектр зависит от параметра $omega_{\mathrm{BD}}$, который контролирует кинетическую часть скалярного поля:

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k) \approx \frac{H^2}{2\pi\dot{\phi}^2}\left(1 + \frac{2}{\omega_{\mathrm{BD}}}\right) \ . \tag{15}$$

В модифицированной теории гравитации тензорные моды (гравитационные волны) часто сохраняют спектр теории относительности на больших масштабах, но их дисперсионные соотношения могут модифицироваться. Например, в $f(R)$-гравитации фазовая скорость тензорных возмущений c_T отличается от скорости света:

$$c_T^2 = 1 - \frac{1}{2} f_{RR}\frac{\dot{R}}{H} + \mathcal{O}\left(f_{RR}^2\right) \ . \tag{16}$$

Это приводит к изменению спектра гравитационных волн на малых масштабах и может быть ограничено данными по микролинзированию или стоксовым параметрам реликтового излучения.

Наблюдательные последствия модифицированной гравитации часто параметризуются через тензор-модель зависимости, связывающую возмущения метрики с источниками:

$$\Phi = \mu(k,a)\,\Phi_{\mathrm{GR}}, \quad \Psi = \gamma(k,a)\,\Psi_{\mathrm{GR}} \ , \tag{17}$$

где μ и γ – функции роста и скейлинга соответственно. Для $f(R)$-гравитации на поздних стадиях (массивный гравитон):

$$\mu(k,a) \approx 1 - \frac{1}{3}\frac{k^2}{a^2H^2} f_{RR} \ , \quad \gamma \approx 1 + \frac{2}{3}\frac{k^2}{a^2H^2} f_{RR} \ . \tag{18}$$

Эти функции определяют отклонения от теории относительности в распределении галактик, функции корреляции и анизотропии реликтового излучения.

Наблюдательные тесты включают анализ спектра мощности галактик $P(k)$, где отклонения от ΛCDM параметризуются через $\Sigma(k) = \mu^2(k)\,\Sigma_{\mathrm{GR}}(k)$. Например, для $f(R)$-гравитации на масштабах $k \sim 0.1\,h/$Мпк ожидается подавление мощности на $\sim 10\,\%$. Наблюдательные тесты включают измерение анизотропии реликтового излучения через спектр C_ℓ, где модификации гравитации влияют на пики акустических осцилляций через интегралы типа:

$$\Delta C_\ell \propto \int \mathrm{d}\ln k\, \mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k) W_\ell(k) \left[\mu(k,a)^2 - 1\right] \ , \tag{19}$$

где $W_\ell(k)$ – ядро перехода. Наблюдательные тесты включают эффекты слабых линз (например, в данных CFHTLenS или DES), где модифицированная гравитация изменяет потенциал гравитационного линзирования как $\Phi_{\text{lens}} = \mu(k)\,\Phi_{\text{GR}}$. Современные данные (например, от Planck, DES, KiDS) позволяют наложить ограничения на параметры модифицированных теорий гравитации. Для $f(R)$-гравитации типичные ограничения на $|f_{RR}|$ лежат в диапазоне $10^{-5} - 10^{-6}$ Мпк^2, что соответствует массе гравитона $m_g \sim 10^{-28}$ эВ. В скалярно-тензорных теориях параметр Бранса-Дике ω_{BD} ограничен как $\omega_{\text{BD}} > 4 \times 10^4$ по данным по скорости звука в барионном акустическом осцилляторе.

Для практической оценки наблюдательных последствий предлагается следующий алгоритм. На первом этапе решается система уравнений фона для конкретной модифицированной теории гравитации (например, $f(R)$) с заданными начальными условиями (например, H_0, $\Omega_{m,0}$, $\Omega_{f,0}$). Это позволяет определить эффективные параметры состояния $w_{\text{eff}}(a)$ и траекторию $f_R(a)$. Далее строится система линейных уравнений для возмущений Φ, Ψ, $\delta\phi$ и других динамических переменных. Для этого используются численные методы (например, метод Рунге-Кутта для обыкновенных дифференциальных уравнений или спектральные методы для интегральных уравнений). Важно учитывать граничные условия: на больших масштабах ($k \to 0$) возмущения должны соответствовать условиям однородности, а на малых ($k \to \infty$) должны соответствовать условиям затухания. На третьем этапе вычисляются спектры мощности и корреляционные функции для различных наблюдательных проб. Например, для функции корреляции галактик используется формула:

$$\xi(r) = \int \frac{\mathrm{d}k}{k} \frac{\sin(kr)}{kr} \mu(k)^2 P_{\text{GR}}(k) \ , \tag{20}$$

где $P_{\text{GR}}(k)$ – спектр в теории относительности, а $\mu(k)$ – функция роста, зависящая от модели. Наконец, полученные предсказания сравниваются с астрофизическими данными. Алгоритм оценки наблюдательных последствий модифицированных теорий гравитации включает последовательное решение уравнений фона и возмущений, анализ спектров первичных и вторичных возмущений, а также сравнение с экспериментальными данными. Ключевые модификации по сравнению с теорией относительности проявляются в изменении динамики фона через эффективный параметр состояния w_{eff}, что влияет на $H(a)$ и возраст Вселенной, модификации спектра первичных возмущений, особенно на больших масштабах, где вклад дополнительных полей (например, f_R) становится значимым, отклонениях в тензор-модели зависимости, проявляющихся в функции корреляции галактик, слабых линзах и анизотропии реликтового излучения, уникальных сигнатурах в гравитационных волнах, таких как изменение фазовой скорости или дисперсии. Перспективные направления включают развитие гибридных моделей (например, $f(R)$ и скалярные поля), учёт нелинейных эффектов в структуре формирования и анализ данных будущих космических миссий (Euclid, LSST, LISA). Важно также развивать универсальные формализмы параметризации, которые позволяют объединить различные модифицированные теории гравитации в единую наблюдательную схему.

Методические особенности преподавания космологии

При изучении космологической инфляции в рамках курса физической космологии и модифицированных теорий гравитации преподаватель сталкивается с необходимостью преодоления существенного разрыва между привычными для студентов представлениями классической физики и глубоко неинтуитивными концепциями релятивистской космологии. Высокая степень математической абстракции, требующая уверенного владения аппаратом тензорного анализа и дифференциальной геометрии, сочетается с

потребностью интерпретировать результаты в терминах наблюдаемой Вселенной, что формирует комплексную методическую задачу. Успешное освоение темы предполагает не только усвоение формализма уравнений Эйнштейна и их решений в однородно-изотропном приближении, но и развитие способности критически сопоставлять теоретические предсказания с данными наблюдений — от анизотропии реликтового излучения до крупномасштабной структуры материи. Именно эта двойственность, объединяющая строгий математический вывод и эмпирическую верификацию, определяет специфику построения учебного процесса и требует продуманной поэтапной подачи материала.

На первом этапе обучения, ориентированном на повторение основ общей теории относительности и космологии Фридмана, акцент делается на восстановлении и систематизации базовых понятий, которые зачастую оказываются фрагментарными у студентов даже физических специальностей. В ходе занятий последовательно раскрываются геометрический смысл гравитационного взаимодействия, роль метрического тензора как динамической переменной и физический смысл уравнений Эйнштейна, связывающих геометрию пространства-времени с распределением энергии и импульса. Особое внимание уделяется выводу уравнений Фридмана из общей теории относительности, при этом преподаватель стремится продемонстрировать логическую цепочку перехода от общего формализма к частным случаям однородной и изотропной Вселенной. Параллельно студенты осваивают космологические параметры такие, как параметр Хаббла, плотность энергии различных компонент, кривизну пространства, а также учатся оперировать этими параметрами в рамках стандартных моделей. Практические задания на этом этапе включают решение уравнений Фридмана для различных типов материи и энергии, анализ поведения масштабного фактора и построение качественных диаграмм эволюции Вселенной, что позволяет закрепить понимание связи между математическими решениями и физическими сценариями.

Второй этап посвящён рассмотрению физических проблем стандартной космологической модели, и здесь методически важно не просто перечислить трудности, но и показать, как каждая из них логически вытекает из принятых предположений и наблюдательных данных. Студенты учатся анализировать проблему горизонта, связанную с однородностью реликтового излучения, проблему плоскостности, указывающую на тонкую настройку начальных условий, и проблему монополей, возникающую в контексте теорий великого объединения. Обсуждение этих проблем строится вокруг вопроса о том, насколько внутренне согласованной оказывается стандартная модель без дополнительных механизмов, и как наблюдательные данные вынуждают искать расширения существующей теоретической базы. На занятиях активно используются численные оценки, позволяющие студентам самостоятельно убедиться в масштабах расхождения между предсказаниями стандартной модели и наблюдениями. Важным элементом методики становится работа с реальными данными, например, с картами анизотропии космического микроволнового фона, что помогает преодолеть абстрактность теоретических рассуждений и увидеть, как эмпирические факты формируют направление теоретических поисков.

Переход к третьему этапу, связанному с введением инфляционного механизма и обсуждением простейших инфлатонных моделей, требует особой методической осторожности, поскольку здесь студенты впервые сталкиваются с концепцией экспоненциального расширения Вселенной на ранних стадиях её эволюции. Преподаватель должен не только изложить формализм скалярного поля, играющего роль инфлатона, но и помочь студентам развить интуитивное понимание того, как динамика этого поля приводит к решению упомянутых выше проблем. В лекционном курсе последовательно разбираются условия медленного скатывания, определяющие продолжительность инфляции, и связь параметров потенциала инфлатона с наблюдаемыми величинами — спектром

первичных возмущений и отношением тензорных к скалярным модам. Семинарские занятия на этом этапе часто включают численное моделирование эволюции инфлатонного поля и расчёт спектральных индексов, что позволяет студентам увидеть, как небольшие изменения в форме потенциала отражаются на космологических предсказаниях. Существенную роль играет также обсуждение наблюдательных ограничений на инфляционные модели, основанных на данных спутника Planck, что демонстрирует студентам, как теория подвергается эмпирической проверке и как неопределённости в данных влияют на выбор допустимых моделей.

Четвёртый этап, посвящённый изучению современных модифицированных теорий гравитации, представляет собой наиболее сложную методическую задачу, поскольку здесь студентам приходится осваивать альтернативные подходы к описанию гравитационного взаимодействия, выходящие за рамки общей теории относительности. В рамках курса рассматриваются такие направления, как $f(R)$-гравитация, теории с дополнительными скалярными полями, модели массивной гравитации и другие расширения стандартного формализма. Преподавание строится таким образом, чтобы студенты не просто запоминали уравнения новых теорий, но и понимали мотивацию их введения — будь то стремление объяснить ускоренное расширение Вселенной без привлечения тёмной энергии, необходимость согласования гравитации с квантовыми принципами или желание устранить сингулярности в космологических решениях. На лекциях особое внимание уделяется анализу структуры полевых уравнений, выявлению новых степеней свободы и обсуждению условий, при которых модифицированные теории сводятся к общей теории относительности в известных пределах. Практическая составляющая этого этапа включает сравнение предсказаний различных теорий с наблюдательными данными, анализ стабильности решений и поиск потенциальных противоречий, что развивает у студентов навыки критического анализа теоретических моделей. Важным методическим приёмом становится проведение параллелей между различными подходами, выявление общих черт и принципиальных различий, что способствует формированию целостного представления о современном состоянии теории гравитации.

Существенную роль в методической структуре курса играет интеграция численных методов и работы с данными, поскольку именно эти навыки позволяют студентам перейти от абстрактных формул к реальным исследовательским задачам. Включение в программу коротких вычислительных проектов, связанных с моделированием космологической эволюции или анализом наблюдательных данных, способствует лучшему усвоению материала и развитию профессиональных компетенций. При этом преподаватель должен тщательно подбирать задачи, обеспечивая баланс между вычислительной сложностью и педагогической ценностью, чтобы студенты могли сосредоточиться на физическом смысле результатов, а не на технических деталях реализации. Дополнительным элементом методики становится обсуждение философских и методологических аспектов космологии — таких как роль антропного принципа, интерпретация мультивселенной или границы применимости научных теорий, — что позволяет студентам осознать место космологии в общей картине научного знания и развить критическое мышление.

Важным аспектом преподавания является также учёт междисциплинарных связей, поскольку физическая космология и модифицированные теории гравитации находятся на пересечении физики, математики и астрономии. Включение в курс элементов истории науки, рассказывающих о развитии космологических идей от античности до наших дней, помогает студентам увидеть эволюцию концепций и понять, как научные парадигмы сменяют друг друга под влиянием новых данных и теоретических прорывов. Параллельное обращение к математическим методам, выходящим за рамки стандартного университетского курса, таким как вариационное исчисление, теория групп или

функциональный анализ, расширяет инструментарий студентов и подготавливает их к самостоятельной исследовательской работе. Наконец, использование современных образовательных технологий — от интерактивных визуализаций кривизны пространства-времени до онлайн-платформ для численного моделирования — делает сложные концепции более доступными и способствует активному вовлечению студентов в учебный процесс. Такой комплексный подход, сочетающий строгую математическую подготовку, работу с данными, исторический контекст и современные технологии, позволяет эффективно преподавать физическую космологию и модифицированные теории гравитации, формируя у студентов глубокое понимание предмета и готовность к участию в передовых научных исследованиях.

В процессе преподавании темы по космологической инфляции в физической космологии в курсе физики рекомендуется использовать междисциплинарный подход в изучении физики, сочетать занятий нового знания с вычислительными практикумами, применять элементы программирования, анализировать реальные данные космической миссии Planck, организовывать исследовательские мини-проекты. Эффективным способом обучения является сочетание лекций и вычислительных практикумов. Студентам предлагается выводить уравнения движения, рассчитывать параметры медленного скатывания, определять спектральный индекс n_s, вычислять тензорно-скалярное отношение r, проводить численное моделирование. Использование компьютерных технологий позволяет перейти от пассивного усвоения материала к исследовательской деятельности. Современные образовательные технологии предполагают работу студентов с реальными научными данными. Особое значение имеют результаты проектов Planck, BICEP/Keck, LIGO/Virgo. Сравнение теоретических моделей с наблюдательными ограничениями способствует формированию навыков научного анализа.

Методика проведения практического занятия по сопоставлению модифицированных моделей $f\,(R)$-гравитации с космологическими данными обсерватории Planck строится на сочетании аналитического анализа модифицированных уравнений поля и численного моделирования спектров анизотропии космического микроволнового фона. Основной дидактической целью данного занятия семинара по сопоставлению модифицированных моделей $f\,(R)$-гравитации с космологическими данными астрофизических обсерваторий является формирование у обучающихся практических навыков проверки альтернативных теорий гравитации на соответствие прецизионным астрофизическим наблюдениям. Обучение организуется через последовательное прохождение теоретического, вычислительного и аналитического этапов, каждый из которых готовит обучающихся к самостоятельной исследовательской работе в области физической космологии. В начале занятия преподаватель организует краткий экскурс, посвящённый математическому аппарату $f\,(R)$-гравитации в различных системах отсчёта. Студенты рассматривают конкретные функциональные формы, такие как модель Старобинского или модель Ху-Савицкого, и выводят эффективный потенциал скалерона. Особое внимание уделяется тому, как геометрические поправки влияют на эволюцию масштабного фактора на инфляционной стадии и как они модифицируют уравнения для космологических возмущений. Этот этап позволяет заложить необходимый понятийный аппарат и связать чисто геометрические модификации действия Эйнштейна-Гильберта с динамикой ранней Вселенной. Основная практическая часть занятия посвящена работе со специализированным программным обеспечением для расчёта линейных возмущений, модифицированными для работы с теориями измененной гравитации. Обучающиеся учатся задавать параметры $f\,(R)$-моделей в качестве начальных условий для генерации теоретических спектров мощности скалярных и тензорных возмущений. В процессе симуляции обучающиеся наглядно наблюдают, как изменение параметров теории сдвигает положение акустических пиков и меняет амплитуду спектра на больших и малых

угловых масштабах по сравнению со стандартной космологической моделью. Заключительная фаза семинара включает в себя работу с марковскими цепями Монте-Карло посредством пакетов CosmoMC или Cobaya, интегрированных с официальными пакетами данных космической миссии Planck. Обучающиеся загружают экспериментальные данные по температурной анизотропии и линзированию реликтового излучения. Путём сопоставления теоретических предсказаний $f(R)$-моделей с эмпирическими картами космической миссии Planck, обучающиеся строят контуры доверительных интервалов на плоскости ключевых космологических параметров, включая спектральный индекс скалярных неоднородностей и тензорно-скалярное отношение. На основе полученных графиков обучающиеся делают обоснованный вывод о жизнеспособности рассматриваемой модификации гравитации и накладывают строгие ограничения на параметры свободных коэффициентов теории.

Заключение

Преподавание космологической инфляции в модифицированных теориях гравитации представляет собой эффективный инструмент интеграции фундаментальной науки и современного физического образования. Использование исследовательских методов обучения способствует развитию профессиональных компетенций будущих специалистов в области физики и астрономии. Космологическая инфляция является центральным элементом физической космологии. Модели Эйнштейна-Гаусса-Бонне позволяют расширить стандартное описание ранней Вселенной и служат удобным материалом для формирования исследовательских компетенций студентов педагогических университетов, обучающихся на специальностях с профилем по физике.

В ходе проведённого исследования была достигнута поставленная цель, то есть разработана методика преподавания космологической инфляции в контексте модифицированных теорий гравитации, адаптированная для студентов педагогических направлений подготовки со специализацией в области физики. Предложенный подход учитывает специфику будущей профессиональной деятельности слушателей, предполагающей не только владение предметным содержанием, но и способность транслировать сложные физические концепции в доступной форме, сочетая теоретический формализм с наглядной интерпретацией и опорой на наблюдательные астрофизические данные.

Анализ ключевых отличий инфляционных сценариев в рамках стандартной и модифицированной гравитации позволил выявить фундаментальные расхождения, обусловленные изменением структуры гравитационного взаимодействия. В частности, было показано, что введение дополнительных степеней свободы в модифицированных теориях существенно трансформирует динамику инфляционной стадии: изменяются уравнения движения скалярного поля, модифицируются условия медленного скатывания, а также перестраивается связь между параметрами потенциала инфлатона и наблюдаемыми космологическими величинами. Особое внимание уделено тому, как модификация уравнений Эйнштейна в рамках расширенных гравитационных теорий (например, $f(R)$-гравитации или скалярно-тензорных моделей) влияет на эволюцию метрических возмущений и формирование спектра первичных неоднородностей. Эти различия имеют принципиальное значение для понимания того, каким образом альтернативные теории гравитации могут быть эмпирически проверены, и должны быть отражены в учебном процессе через сравнительный анализ предсказаний различных моделей.

Созданные адаптированные учебные материалы, включающие решения упрощённых физических задач и визуализации динамики скалярного поля в неканонических моделях, продемонстрировали свою эффективность в снижении когнитивной нагрузки при освоении сложного математического аппарата. Упрощённые задачи, построенные на основе аналитических приближений и предельных случаев, позволяют студентам по-

этапно осваивать ключевые идеи, не теряя при этом связи с фундаментальными принципами. Визуализации, иллюстрирующие эволюцию масштабного фактора, поведение инфлатонного поля и формирование спектров возмущений в различных гравитационных моделях, способствуют формированию интуитивного понимания неинтуитивных космологических процессов. Практическое применение этих материалов в учебном процессе подтвердило их потенциал в развитии у студентов навыков интерпретации теоретических результатов и сопоставления их с наблюдательными астрофизическими данными.

Разработанный алгоритм оценки наблюдательных последствий для конкретных модификаций теории гравитации представляет собой методический инструмент, позволяющий систематизировать подход к анализу предсказательной силы альтернативных космологических моделей. Алгоритм включает последовательные этапы: формулировку полевых уравнений для выбранной модификации гравитации, вывод уравнений для метрических возмущений, расчёт спектральных индексов и отношения тензорных к скалярным модам, а также сравнение полученных результатов с современными наблюдательными ограничениями (например, данными спутника Planck). Применение этого алгоритма в рамках учебных занятий даёт студентам возможность не только освоить технические аспекты расчётов, но и понять, как теоретические модели подвергаются эмпирической проверке, а неопределённости в данных влияют на выбор допустимых сценариев инфляции. Таким образом, разработанная методика объединяет теоретический анализ, практическую работу с упрощёнными моделями и оценку наблюдательных следствий, формируя у студентов целостное представление о космологической инфляции в рамках как стандартной, так и модифицированной гравитации. Предложенные материалы могут быть интегрированы в учебные курсы по физической космологии для педагогических специальностей, способствуя повышению качества подготовки будущих учителей физики.

Гипотеза научного исследования, состоящая в том, что эффективное освоение студентами темы инфляции в модифицированных теориях гравитации возможно при использовании модульной системы обучения, сочетающей анализ классических решений с интерактивными моделями нестандартных гравитационных эффектов, подтверждена полностью.

Проведённое исследование демонстрирует существенный вклад в развитие дидактических подходов к преподаванию фундаментальных разделов теоретической физики, в частности — космологической инфляции в контексте модифицированных теорий гравитации. Теоретическая значимость работы обусловлена тем, что в ней обоснована возможность последовательной адаптации высокоабстрактных физических концепций — таких как динамика скалярного поля в неэйнштейновских гравитационных моделях или формирование первичных космологических возмущений — к образовательному процессу без утраты их научной строгости. При этом особое внимание уделено сохранению физической содержательности при упрощении математического аппарата: показано, каким образом ключевые особенности различных модификаций гравитации (включая $f(R)$ и $f(T)$ теории) могут быть раскрыты через систему логически связанных учебных задач и наглядных интерпретаций, позволяющих студентам проследить связь между структурой полевых уравнений и наблюдаемыми космологическими следствиями. Такой подход расширяет методологическую базу преподавания фундаментальной физики, предлагая инструментарий для трансляции сложных теоретических построений в академическую среду, ориентированную на подготовку педагогических кадров.

Практическая значимость исследования проявляется в возможности непосредственного внедрения разработанной методики в образовательный процесс педагогических университетов и институтов повышения квалификации работников образования. Предложенные учебные материалы и методические приёмы позволяют структурировать

изучение космологической инфляции как многоэтапный процесс, в котором освоение формализма отдельных гравитационных моделей сочетается с развитием навыков интерпретации наблюдательных данных и оценки предсказательной силы теоретических построений. Методика учитывает специфику профессиональной подготовки будущих учителей физики, делая акцент на формировании компетенций, необходимых для объяснения современных космологических концепций учащимся разных уровней, а также для организации учебно-исследовательской деятельности в рамках школьных и студенческих проектов. Её интеграция в учебные планы способствует повышению качества подготовки специалистов, способных не только ориентироваться в актуальных направлениях астрофизики и космологии, но и эффективно транслировать эти знания в образовательной среде, обеспечивая преемственность между передовыми научными исследованиями и школьным курсом физики.

Таким образом, сочетание теоретической обоснованности и практической применимости предложенной методики создаёт основу для совершенствования преподавания сложных разделов современной физики в системе педагогического образования, способствуя формированию у будущих преподавателей целостного представления о структуре и логике научного знания, а также развитию навыков адаптации этого знания к различным образовательным контекстам.

Включение тематики космологической инфляции и модифицированных теорий гравитации в образовательный процесс педагогического университета позволяет повысить мотивацию студентов, развить исследовательские компетенции, сформировать навыки математического моделирования астрофизических процессов, познакомить обучающихся с современными направлениями фундаментальной астрофизики. Преподавание космологической инфляции в модифицированных теориях гравитации способствует формированию исследовательских компетенций обучающихся, развитию навыков математического моделирования и повышению интереса к современной астрофизике.

Список использованных источников

1. Bamba Kazuharu, Odintsov Sergei. Inflationary cosmology in modified gravity theories // Symmetry. — 2015. — Mar. — Vol. 7, no. 1. — P. 220–240. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/sym7010220.

2. Sebastiani Lorenzo, Myrzakulov Ratbay. F(R)-gravity and inflation // International journal of geometric methods in modern physics. — 2015. — Oct. — Vol. 12, no. 09. — P. 1530003. — URL: http://dx.doi.org/10.1142/s0219887815300032.

3. Cimdiker Ilim Irfan. Starobinsky inflation in emergent gravity // Physics of the Dark Universe. — 2020. — Dec. — Vol. 30. — P. 100736. — URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.dark.2020.100736.

4. Inflationary cosmology in f(R,T) modified gravity / E. H. Baffou [et al.] // Annals of Physics. — 2021. — Nov. — Vol. 434. — P. 168620. — URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.aop.2021.168620.

5. Bhat Aaqid, Mandal Sanjay, Sahoo P. K. Slow-roll inflation in $f\left(T, mathcalT\right)$ modified gravity // Chinese Physics C. — 2023. — Dec. — Vol. 47, no. 12. — P. 125104. — URL: http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/ad010f.

6. De Felice Antonio, Tsujikawa Shinji. Inflationary gravitational waves in the effective field theory of modified gravity // Physical Review D. — 2015. — May. — Vol. 91, no. 10. — URL: http://dx.doi.org/10.1103/physrevd.91.103506.

7. Myrzakul Shynaray, Myrzakulov Ratbay, Sebastiani Lorenzo. Chaotic inflation in higher derivative gravity theories // The European physical journal C. — 2015. — Mar. — Vol. 75, no. 3. — URL: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3332-x.

8. Gannouji Radouane. A primer on modified gravity // International journal of modern physics D. — 2019. — Apr. — Vol. 28, no. 05. — P. 1942004. — URL: http://dx.doi.org/10.1142/s0218271819420045.

9. Modified gravity and cosmology / Timothy Clifton [et al.] // Physics reports. — 2012. — Mar. — Vol. 513, no. 1-3. — P. 1–189. — URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2012.01.001.

10. Herrmann Friedrich, Pohlig Michael. Gravitoelectromagnetism: L'art pour L'art-or a subject for the classroom // The 1st electronic conference on Universe. — ECU 2021. — MDPI, 2021. — Feb. — P. 56. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/ECU2021-09282.

11. Kinchin Ian M., Mollits Aet, Reiska Priit. Uncovering types of knowledge in concept maps // Education sciences. — 2019. — June. — Vol. 9, no. 2. — P. 131. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/educsci9020131.

12. Kaganovich Alexander B. Two-measure electroweak standard model and its realization during cosmological evolution // Symmetry. — 2026. — Mar. — Vol. 18, no. 3. — P. 508. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/sym18030508.

13. da Cruz Claudio, de Faria Antonio. Deformed special relativity in light of the Unruh effect // Symmetry. — 2026. — Mar. — Vol. 18, no. 3. — P. 464. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/sym18030464.

14. Nojiri Shin'ichi, Odintsov Sergei D., Paul Tanmoy. Different aspects of entropic cosmology // Universe. — 2024. — Sept. — Vol. 10, no. 9. — P. 352. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe10090352.

15. Saha Dalia, Chakrabortty Manas, Sanyal Abhik. Reconstructing modified and alternative theories of gravity // Universe. — 2024. — Jan. — Vol. 10, no. 1. — P. 44. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe10010044.

16. Ketov Sergei V. Starobinsky-Bel-Robinson gravity // Universe. — 2022. — June. — Vol. 8, no. 7. — P. 351. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe8070351.

17. Mughal Muhammad Zahid, Ahmad Iftikhar, García Guirao Juan Luis. Relativistic cosmology with an introduction to inflation // Universe. — 2021. — July. — Vol. 7, no. 8. — P. 276. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe7080276.

Сведения об авторах:

Максим Андреевич Чернеев — студент очной магистратуры факультета физико-математического и технологического образования ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный педагогический университет имени И. Н. Ульянова», Ульяновск, Россия.

E-mail: makcn777@gmail.com

ORCID iD 0009-0001-5846-134X

Web of Science ResearcherID JRW-5638-2023

Original article
PACS 01.40.Di
OCIS 000.2060
MSC 83D05

Methods of teaching cosmological inflation in modified theories of gravity in a physics course

M. A. Cherneev

Ulyanovsk State Pedagogical University, 432071, Ulyanovsk, Russia

Submitted May 14, 2026
Resubmitted May 16, 2026
Published June 30, 2026

Abstract. The discussed methodology for teaching cosmological inflation in modified theories of gravity can become an innovative basis for training physics teachers who teach both undergraduate and school students in specialized courses. The use of hybrid approaches (for example, a combination of general relativity and $f(R)$ theories of gravity) helps develop flexible thinking in future teachers, emphasizing alternative theories of gravity. This develops a critical attitude toward standard models and stimulates scientific curiosity in students. The methodology integrates interdisciplinary connections, linking physical cosmology with mathematical analysis, the history of science (for example, the evolution of ideas from Einstein to Starobinsky), and problems of fine-tuning the Universe, which meets modern requirements for a competency-based approach in pedagogical education. Methodological approaches to teaching physical cosmology are considered using inflationary models in modified theories of gravity as an example. Particular attention is given to the Einstein–Gauss–Bonnet theory, which allows us to connect fundamental questions about the early Universe with modern observational data. A course structure is proposed that focuses on developing the research competencies of students majoring in pedagogy and physics. Furthermore, situational problems comparing the predictions of various theories (e.g., from $f(R)$ to ΛCDM) can be used in practical exercises where students develop physics lessons for high school students, learning methods for activating cognitive activity. Finally, this methodology contributes to the motivation of students in pedagogical universities due to the relevance of the topic: a discussion of inflation in modified theories of gravity draws attention to the cutting-edge areas of modern astrophysics, which is especially important for the development of the professional identity of future physics teachers.

Keywords: cosmology, inflation, modified gravity, Einstein–Gauss–Bonnet theory, physics teaching methods, higher education

References

1. Bamba Kazuharu, Odintsov Sergei. Inflationary cosmology in modified gravity theories // Symmetry. — 2015. — Mar. — Vol. 7, no. 1. — P. 220–240. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/sym7010220.

2. Inflationary cosmology in f(R,T) modified gravity / E. H. Baffou [et al.] // Annals of Physics. — 2021. — Nov. — Vol. 434. — P. 168620. — URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.aop.2021.168620.

3. Bhat Aaqid, Mandal Sanjay, Sahoo P. K. Slow-roll inflation in $f\,(T, mathcalT)$ modified gravity // Chinese Physics C. — 2023. — Dec. — Vol. 47, no. 12. — P. 125104. — URL: http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/ad010f.

4. Gannouji Radouane. A primer on modified gravity // International journal of modern physics D. — 2019. — Apr. — Vol. 28, no. 05. — P. 1942004. — URL: http://dx.doi.org/10.1142/s0218271819420045.

5. Modified gravity and cosmology / Timothy Clifton [et al.] // Physics reports. — 2012. — Mar. — Vol. 513, no. 1-3. — P. 1–189. — URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2012.01.001.

6. De Felice Antonio, Tsujikawa Shinji. Inflationary gravitational waves in the effective field theory of modified gravity // Physical Review D. — 2015. — May. — Vol. 91, no. 10. — URL: http://dx.doi.org/10.1103/physrevd.91.103506.

7. Sebastiani Lorenzo, Myrzakulov Ratbay. F(R)-gravity and inflation // International journal of geometric methods in modern physics. — 2015. — Oct. — Vol. 12, no. 09. — P. 1530003. — URL: http://dx.doi.org/10.1142/s0219887815300032.

8. Cimdiker Ilim Irfan. Starobinsky inflation in emergent gravity // Physics of the Dark Universe. — 2020. — Dec. — Vol. 30. — P. 100736. — URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.dark.2020.100736.

9. Myrzakul Shynaray, Myrzakulov Ratbay, Sebastiani Lorenzo. Chaotic inflation in higher derivative gravity theories // The European physical journal C. — 2015. — Mar. — Vol. 75, no. 3. — URL: http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3332-x.

10. Herrmann Friedrich, Pohlig Michael. Gravitoelectromagnetism: L'art pour L'art-or a subject for the classroom // The 1st electronic conference on Universe. — ECU 2021. — MDPI, 2021. — Feb. — P. 56. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/ECU2021-09282.

11. Kinchin Ian M., Mollits Aet, Reiska Priit. Uncovering types of knowledge in concept maps // Education sciences. — 2019. — June. — Vol. 9, no. 2. — P. 131. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/educsci9020131.

12. Kaganovich Alexander B. Two-measure electroweak standard model and its realization during cosmological evolution // Symmetry. — 2026. — Mar. — Vol. 18, no. 3. — P. 508. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/sym18030508.

13. da Cruz Claudio, de Faria Antonio. Deformed special relativity in light of the Unruh effect // Symmetry. — 2026. — Mar. — Vol. 18, no. 3. — P. 464. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/sym18030464.

14. Nojiri Shin'ichi, Odintsov Sergei D., Paul Tanmoy. Different aspects of entropic cosmology // Universe. — 2024. — Sept. — Vol. 10, no. 9. — P. 352. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe10090352.

15. Saha Dalia, Chakrabortty Manas, Sanyal Abhik. Reconstructing modified and alternative theories of gravity // Universe. — 2024. — Jan. — Vol. 10, no. 1. — P. 44. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe10010044.

16. Ketov Sergei V. Starobinsky-Bel-Robinson gravity // Universe. — 2022. — June. — Vol. 8, no. 7. — P. 351. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe8070351.

17. Mughal Muhammad Zahid, Ahmad Iftikhar, García Guirao Juan Luis. Relativistic cosmology with an introduction to inflation // Universe. — 2021. — July. — Vol. 7, no. 8. — P. 276. — URL: http://dx.doi.org/10.3390/universe7080276.

Information about authors:

Maxim Andreevich Cherneev — master's student of the Faculty of Physics, Mathematics and Technological Education of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Ulyanovsk State Pedagogical University", Ulyanovsk, Russia.

E-mail: makcn777@gmail.com

ORCID iD 0009-0001-5846-134X

Web of Science ResearcherID JRW-5638-2023