

2.2 Теоретическая физика

Научная статья

УДК 531.8

ББК 22.31

ГРНТИ 30.15.15

ВАК 1.3.3.

PACS 47.85.Gj

OCIS 000.6800

MSC 74F10

Моделирование аэродинамических характеристик движения модели самолёта

А. В. Синдяев  ¹

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский институт гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева», 432071, Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 14 октября 2025 года

После переработки 17 октября 2025 года

Опубликована 31 декабря 2025 года

Аннотация. Представлены результаты анализа аэродинамических характеристик движения самолётов. Целью работы является разработка математической модели для расчета аэродинамических характеристик движения модели самолёта. Мотивация исследования обусловлена необходимостью оптимизации дизайна самолётов для повышения их эффективности и безопасности в условиях ограниченных ресурсов на этапе проектирования. В качестве методов исследования использовались численное моделирование, численные методы разработки модели для изучения аэродинамических характеристик самолёта и методы программирования аэродинамических задач. Практическая значимость исследования заключается в возможности применения разработанной модели для быстрого прототипирования и оптимизации конструкций самолётов, что способствует снижению затрат на разработку и повышению надёжности авиационной техники.

Ключевые слова: самолёт, модель самолёта, аэродинамика, аэродинамические характеристики, моделирование

Введение

Аэродинамика — это раздел классической механики, изучающий движение тел в воздухе и газах. В современном мире модели самолётов играют ключевую роль в различных сферах, от гражданской авиации до военных приложений, что обусловлено ростом спроса на эффективные и безопасные системы управления полётом самолётов. Однако существующие методы моделирования аэродинамических характеристик часто не учитывают сложные нелинейные эффекты, такие как турбулентность и переменные условия окружающей среды, что приводит к неточным прогнозам и повышает риски аварий на ранних этапах проектирования.

¹E-mail: syndyaev@rambler.ru

Разработка точных моделей аэродинамики позволит оптимизировать конструкцию моделей самолётов, снизить затраты на тестирование и повысить общую надёжность авиационной техники, способствуя инновациям в области аэрокосмических технологий. Актуальность исследования обусловлена необходимостью совершенствования аэродинамических характеристик самолётов.

Целью работы является разработка математической модели для расчета аэродинамических характеристик движения модели самолёта. Задачи исследования включают в себя написание обзора литературы по подходам и методам описания аэродинамики самолётов, разработку модели для изучения аэродинамических характеристик самолёта.

Объектом исследования является самолёт. Предметом исследования является аэrodинамические характеристики самолёта, такие как подъёмная сила, лобовое сопротивление и моменты сил.

Для проведения исследования используются следующие методы: анализ научной литературы по существующим подходам и методов исследования аэродинамики самолётов, численные методы разработки модели для изучения аэродинамических характеристик самолёта.

Материалы исследования включают в себя научные статьи и публикации по аэrodинамике самолётов, модель самолёта, выполненная в масштабе и имеющая геометрическое подобие с реальным самолётом, данные численного решения уравнений Навье–Стокса и предсказания поведения воздушных потоков вокруг модели самолёта на основе использования компьютерных программ для моделирования движения модели самолёта и анализа аэродинамических характеристик, результаты численных экспериментов, экспериментального исследования и практических испытаний модели самолёта с заданными параметрами.

Гипотеза исследования заключается в том, что если провести анализ аэродинамических характеристик различных моделей самолётов, то можно определить оптимальные параметры и форму самолёта, выявить наиболее удачные комбинации размеров, форм и углов наклона крыльев, которые обеспечат наилучшие характеристики самолёта.

Научная новизна исследования заключается в разработке новых методов и технологий для улучшения аэродинамических характеристик модели самолёта, таких как использование компьютерных моделей, а также в применении методов исследования аэродинамических характеристик моделей самолётов, которые позволяют проводить более точные и информативные физические эксперименты по исследованию аэродинамики моделей самолётов с учётом влияния различных параметров на аэродинамические характеристики модели самолёта, таких как размер, форма, вес и материал. Научная новизна исследования также состоит в изучении влияния различных параметров на аэродинамические характеристики модели самолёта для разработки и тестирования технологий в области конструирования беспилотных летательных аппаратов.

Теоретическая значимость исследования заключается в разработке новых методов и подходов к исследованию аэродинамики самолётов, которые позволяют углубить понимание взаимодействия потоков воздуха с аэродинамическими формами самолётов и летательных аппаратов, что в свою очередь способно способствовать улучшению проектирования самолётов и летательных аппаратов. Практическая значимость исследования заключается в возможности использования полученных результатов для оптимизации основных аэродинамических характеристик самолётов и других летательных аппаратов, использующих воздушный поток, что может привести к повышению эффективности, экономичности и безопасности полётов современных самолётов и летательных аппаратов.

Обзор

Аэродинамика летательных аппаратов является сложной областью, которая значительно развилась с достижениями в области вычислительной гидродинамики и методов машинного обучения. Традиционные методы, такие как уравнения Рейнольдса и усреднённого уравнения Навье–Стокса, стали основополагающими в понимании аэродинамических сил, особенно в трансзвуковом потоке, где возникают ударные волны и отрыв потока @auxrussian@auxenglish[1, 2]. Недавние инновации, включая модели глубокого обучения и графовые нейронные сети, стали эффективной альтернативой традиционным расчётам вычислительной гидродинамики, позволяя быстро прогнозировать аэродинамические характеристики в различных условиях полёта с меньшими вычислительными затратами [2, 3]. В статье [3] представлена геометрическая структура глубокого обучения с использованием графовых нейронных сетей для анализа стационарной аэродинамики трансзвукового самолёта с упором на прогнозирование аэродинамических нагрузок, векторных полей, коэффициентов давления и коэффициентов полной силы, при этом минимизируются вычислительные затраты с помощью существующей базы данных. Эти методы демонстрируют превосходную производительность при захвате сложных явлений потока, таких как взаимодействие вихрей и динамика ударных волн, которые имеют решающее значение для оптимизации конструкции и характеристик самолёта [1, 4]. Интеграция этих передовых методов не только повышает точность аэродинамического моделирования, но и облегчает исследование новых конфигураций самолёта [2]. Испытание вращательного движения в аэродинамической трубе вокруг вектора скорости является важнейшим методом исследования сложных маневренных характеристикистик истребителей, включая штопор и маневры с большим углом атаки. В статье [5] предлагается метод для постоянного вращательного углового движения скорости с использованием нового шестистепенного тросового параллельного подвесного механизма. Устанавливается корреляция между углами ориентации модели самолёта и параметрами вращательного движения, а также разрабатывается алгоритм управления с обратной связью, использующий длину кабеля в качестве переменной для достижения точного управления движением. На примере стандартной динамической модели выполняется комплексное проектирование системы модель-баланс-поддержка, а измерения статических и динамических аэродинамических характеристик проводятся в низкоскоростной аэродинамической трубе, охватывающей устойчивое и колебательное вращение при больших углах атаки. Результаты, полученные в статье [5], показывают, что шестистепенный тросовый параллельный подвесной механизм облегчает вращательное движение вокруг вектора скорости, и предлагаемый подход к проектированию оказывается эффективным и осуществимым.

Аэродинамика самолета при различных углах атаки предполагает предсказуемые изменения подъемной силы и лобового сопротивления, но вблизи критических углов атаки (обычно 15° – 18° для многих крыльев) поток разделяется, вызывая сваливание, что приводит к значительной потере подъемной силы и увеличению лобового сопротивления, что зависит от формы профиля, числа Рейнольдса и числа Маха. Исследования с использованием вычислительной гидродинамики и аэродинамических труб анализируют эти сложные характеристики, уделяя особое внимание точкам разделения потока (передним и задним кромкам), эффектам пограничного слоя и нелинейным изменениям устойчивости, что особенно важно для сложных маневров и конструкций с низким числом Рейнольдса. Ключевые исследования часто детализируют переход от присоединенного потока к разделенному и вихревой динамике, используя такие инструменты, как решатели Навье–Стокса и экспериментальные данные для лучшего прогнозирования.

Специалисты по самолетостроению не должны пренебрегать поведением самолета

в экстремальных условиях полёта, таких как полёты на критических углах атаки, когда обычный полёт может легко превратиться в сваливание. В статье [6] освещаются основные факторы, влияющие на поведение самолета в полёте на критических углах атаки. В статье [6] на основе имеющихся экспериментальных результатов и оценок были проанализированы характеристики аэродинамических профилей в зависимости от условий воздушного потока (классифицированных в соответствии с числами Маха и Рейнольдса), формы аэродинамических профилей, динамики изменения углов атаки, описания обтекания аэродинамических профилей с увеличением угла атаки при достижении критического значения, и влияние шероховатости аэродинамических поверхностей на критических углах атаки. В статье [6] даётся физическая интерпретация снижения подъёмной силы и остановки двигателя. В статье [6] подробно описывается причина отрыва потока и классифицируются секции аэродинамического профиля по типу отрыва и их поведению во время обтекания под критическим углом атаки. В статье [6], основанной на современной аэродинамике, объясняются проблемы и наиболее важные характеристики обтекания тела при критических углах атаки, а также даются практические рекомендации по проектированию профиля.

В статье [7] исследуется динамика полёта и аэродинамические характеристики боевых самолётов на больших углах атаки, особое внимание уделяется сверхманевренности. В статье [7] в ходе анализа изучается статическая и динамическая устойчивость, подчеркивается роль конфигураций самолёта, таких как утёсы и удлинители передней кромки, в повышении подъёмной силы, управляемости и маневренности в экстремальных условиях. Эти характеристики имеют решающее значение для поддержания равновесия и достижения управляемого восстановления при больших углах атаки, которые характеризуются значительными нелинейными аэродинамическими силами и асимметрией потока. В статье [7] показано, что ключевая информация включает в себя критическую важность характеристик момента тангажа, эффективности рулевой поверхности и расположения центра масс. Специальные маневры, такие как «Кобра», исследуются для демонстрации того, как самолёт переходит на сверхкритический угол атаки и выходит из него, сохраняя при этом устойчивость и управляемость. В статье [7] подчёркивается необходимость усовершенствованных алгоритмов управления и оптимизации конфигураций для решения динамических задач, связанных с полётом после сваливания. Результаты подчёркивают тактический и оперативный потенциал больших углов атаки в современном воздушном бою, особенно в ближнем бою. В статье [7] показано, что расширяя аэродинамическую оболочку, эти характеристики повышают маневренность и живучесть, обеспечивая значительные преимущества в маневренности и гибкости управления.

Аэродинамика с большим углом атаки была ключевым элементом в проектировании самолётов, начиная с первых попыток пилотируемых полётов без двигателя с использованием планеров в 1800-х годах и заканчивая современными гражданскими и военными самолётами. Аэродинамика с высоким углом атаки обычно воспринимается как возникающая в самолёте при физически большом угле атаки, когда вихрь на переднем крае отделяется от крыльев с высокой стреловидностью. Однако основной поток — это поток сильно нагруженной подъёмной поверхности, работающей не при оптимальном соотношении подъемной силы к лобовому сопротивлению. Это нестандартное состояние или состояние большой подъемной силы часто включает в себя область отрывного потока. В связи с этим большой угол атаки охватывает более широкий диапазон аэродинамических потоков, чем принято считать. Например, большой угол атаки может быть определён как любая ситуация, в которой самолёт или любой из его компонентов сталкивается с нестандартным полётом на большой подъёмной силе, и включает в себя присоединённые потоки, неконтролируемые разделённые потоки и организованное разделение

потоков в виде вихрей, ударных волн и их комбинаций условия течения. В статье [8] показано, что режим с большим углом атаки охватывает локальные и глобальные поля течения, которые могут возникать на дозвуковых и гиперзвуковых скоростях. Эти поля течения могут быть в высшей степени интерактивными и иметь как статический, так и динамический характер. В статье [8] показано, что примеры локализованных потоков с большим углом атаки включают взаимодействие воздушного винта системы вихрей наконечника на корпусе лёгкого самолёта авиации общего назначения; взаимодействие отрывного потока от установленной на крыле гондолы двигателя и пилона в сборе с крылом коммерческого транспортного самолёта; и вихревые потоки, создаваемые обтекателями орудийных люков, отклонителями пограничного слоя и ограждениями крыла на самолёте-истребителе. В статье [8] показано, что глобальное, или крупномасштабное, разделение потока происходит на крыльях лёгкого самолёта авиации общего назначения при посадке, которая, по сути, представляет собой управляемое сваливание вблизи земли. В статье [8] показано, что обширные выбросы низкой энергии от крыльев, гондол двигателей и пилонов покрывают хвостовую часть транспортного самолёта с двигателями, установленными на хвостовых пилонах, во время непреднамеренного глубокого сваливания. В статье [8] показано, что аналогичный эффект кильватерного следа от крыла возникает на вертикальном оперении аэрокосмического аппарата при гиперзвуковом входе в атмосферу Земли. Самолёт-истребитель, участвующий в маневрировании в воздушном бою, создаёт крупномасштабные динамические разделенные потоки от носовой части, крыльев, обтекателей и удлинений передней кромки крыла.

В статье [9] представлена демонстрация общей структуры потока с использованием метода визуализации красителей. В статье [9] представлены мгновенные данные о потоке, полученные с помощью стереоскопической визуализации поля скоростей частиц над неподвижным нетонким крылом типа «лямбда», используются для определения усредненной по времени топологии потока с целью получения подробной информации о таких важных событиях, как образование вихрей на передней кромке и разрушение вихрей в плоскостях проекции и в поперечном направлении. В статье [9] исследуются структура потока вблизи поверхности крыла типа «лямбда» и развитие разрушения вихрей как функции углов атаки в диапазоне $7^\circ \leq \alpha \leq 17^\circ$. В статье [9] поведён экспериментальный анализ, включающий усреднённые по времени картины линий тока, контуры вихревой активности, поперечные и продольные компоненты скорости, корреляции напряжений Рейнольдса, распределение флюктуаций скоростей и турбулентную кинетическую энергию. В статье [9] показано, что угол атаки оказывает существенное влияние на поведение потока на нетонкой поверхности крыла типа «лямбда».

Классическая аэродинамическая производная модель широко используется в динамике полёта, однако её применение крайне ограничено в случаях сложных нелинейных воздушных потоков, особенно при больших углах атаки. В статье [10] разработана модифицированная нелинейная аэродинамическая производная модель для прогнозирования нестационарных аэродинамических сил и моментов при больших углах атаки. В статье [10] сначала расширяются члены более высокого порядка для описания нелинейных характеристик, а затем вводятся ещё три параметра влияния: начальный угол атаки, приведенную частоту и амплитуду колебаний, чтобы скорректировать постоянные члены аэродинамической производной, которые имеют полиномы более высокого порядка для этих значений. В статье [10] была проверена усовершенствованная нелинейная аэродинамическая производная модель с использованием профиля NACA 0015 и модели F-18. В статье [10] показано, что усовершенствованная модель обладает более высокой прогностической способностью при больших углах атаки и способна прогнозировать аэродинамические характеристики других неизвестных состояний на основе известных нестационарных аэродинамических данных, таких как начальный угол атаки.

ки, приведенная частота и амплитуда колебаний.

Самолёты с хвостовым оперением обладают сложной аэродинамикой, что затрудняет их управление во всём диапазоне полетных характеристик, особенно при очень больших углах атаки и условиях обратного потока. Разработка систем управления для таких аппаратов затруднена отсутствием общедоступных данных о силах и моментах, возникающих в таких условиях. В работе [11] проведены эксперименты в аэродинамической трубе при различных отклонениях закрылков и положениях дроссельной заслонки при всех возможных углах атаки. Набор данных находится в открытом доступе. Наш анализ данных показывает, что для исследуемого крыла отклонения закрылков значительно влияют на коэффициент подъемной силы, а срыв потока происходит при угле атаки $\pm 15^\circ$ и $\pm 160^\circ$. В работе [11] взаимодействие крыла и винта изучается путём анализа силы, создаваемой винтом, в оси, перпендикулярной оси тяги, которая зависит от угла атаки, скорости полёта, отклонений закрылков и тяги нелинейным и взаимосвязанным образом. В работе [11] обсуждается влияние обратного потока на крыло: данные подтверждают, что при изменении направления воздушного потока над крылом отклонения закрылков будут влиять на момент тангажа противоположным образом по сравнению со случаем без изменения направления потока, но этого противоположного эффекта можно избежать, увеличив угол наклона дроссельной заслонки. Данные показывают точную зависимость между отклонениями закрылков и силами в этих условиях.

Модель

Сложное движение самолёта описывается уравнениями Ньютона и Эйлера в различных системах координат. Для описания движения самолёта будем использовать инерциальную систему координат и связанную систему координат.

Угол атаки α определяется как угол между вектором скорости и хордой крыла:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{w}{u}\right), \quad (1)$$

где u и w – компоненты скорости в связанной системе.

Угол скольжения β определяется следующим выражением:

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{V}\right), \quad (2)$$

где v – боковая скорость, V – полная скорость. Углы ориентации: угол крена ϕ , угол тангажа θ , угол рыскания ψ .

Уравнения движения для описания положения центра масс самолёта в инерциальной системе имеют вид:

$$\dot{x} = u \cos \theta \cos \psi + v (-\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi) + w (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi), \quad (3)$$

$$\dot{y} = u \cos \theta \sin \psi + v (\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) + w (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi), \quad (4)$$

$$\dot{z} = -u \sin \theta + v \sin \phi \cos \theta + w \cos \phi \cos \theta. \quad (5)$$

Эти уравнения получаются из преобразования координат между связанный и инерциальной системами с использованием матрицы поворота. Компоненты скорости u , v , w в связанной системе преобразуются в \dot{x} , \dot{y} , \dot{z} с помощью углов Эйлера.

Уравнения движения в связанной системе имеют вид:

$$m\dot{u} = -mg \sin \theta + F_x + X_a, \quad (6)$$

$$m(\dot{v} + ur) = mg \cos \theta \sin \phi + F_y + Y_a, \quad (7)$$

$$m(\dot{w} - uq) = mg \cos \theta \cos \phi + F_z + Z_a. \quad (8)$$

Левая часть содержит ускорения в связанной системе, правая часть содержит сумму сил: гравитация (разложенная), тяга F_x, F_y, F_z и аэродинамические силы X_a, Y_a, Z_a . Уравнения Ньютона с учётом вращения.

Моменты инерции определяются из уравнений Эйлера для вращательного движения по формулам:

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} = L_a + L_t , \quad (9)$$

$$I_{yy}\dot{q} = M_a + M_t , \quad (10)$$

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} = N_a + N_t . \quad (11)$$

Моменты инерции $I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xz}$ учитывают распределение массы. L_a, M_a, N_a – аэrodинамические моменты, L_t, M_t, N_t – моменты тяги.

Аэродинамическая подъёмная сила определяется выражением:

$$L = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_L , \quad (12)$$

где ρ – плотность воздуха, V – скорость, S – площадь крыла, C_L – коэффициент подъёма. Из определения подъёмной силы, пропорциональной квадрату скорости и коэффициенту подъёма, зависящему от угла атаки α .

Коэффициент сопротивления определяется выражением:

$$D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D , \quad (13)$$

где $C_D = C_{D0} + kC_L^2$.

Боковая сила определяется выражением:

$$Y = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_Y . \quad (14)$$

Моменты сил имеют вид:

$$L_a = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_l , \quad (15)$$

$$M_a = \frac{1}{2}\rho V^2 S \bar{c} C_m , \quad (16)$$

$$N_a = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_n . \quad (17)$$

Моменты вычисляются аналогично силам, с использованием размаха крыла b и средней хорды \bar{c} .

Коэффициенты зависят от углов при линейной аппроксимации для небольших углов имеют вид:

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha , \quad (18)$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha , \quad (19)$$

$$C_l = C_{l\beta}\beta + C_{lp}\frac{pb}{2V} + C_{lr}\frac{rb}{2V} , \quad (20)$$

$$C_n = C_{n\beta}\beta + C_{np}\frac{pb}{2V} + C_{nr}\frac{rb}{2V} , \quad (21)$$

где p, q, r – угловые скорости.

Уравнения кинематики для изменения углов ориентации имеют вид:

$$\dot{\phi} = p + \tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) , \quad (22)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi , \quad (23)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos \theta} (q \sin \phi + r \cos \phi) , \quad (24)$$

которые следуют из кинематических уравнений Эйлера, связывающих угловые скорости с производными углов Эйлера.

Моменты инерции для пассажирского самолёта (например, Boeing 737) принимают значения:

$$I_{xx} = 2.5 \cdot 10^6 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 , \quad (25)$$

$$I_{yy} = 4.5 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 , \quad (26)$$

$$I_{zz} = 4.7 \cdot 10^7 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 , \quad (27)$$

$$I_{xz} = -1.0 \cdot 10^5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 . \quad (28)$$

Эти значения типичны для среднего пассажирского самолёта, рассчитанные на основе массы и геометрии.

Для численного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающей движение самолёта, используем метод Рунге–Кутта четвёртого порядка. Состояние: $[x, y, z, u, v, w, \phi, \theta, \psi, p, q, r]^T$. Система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений решается численно.

Ускорение свободного падения равно $g = 9.81 \text{ м/с}^2$. Плотность воздуха равна $\rho = 1.225 \text{ кг/м}^3$. Масса самолёта равна $m = 7.8 \cdot 10^4 \text{ кг}$. Площадь крыла самолёта равна $S = 125 \text{ м}^2$. Размах крыла самолёта равен $b = 35 \text{ м}$. Средняя хорда самолёта равна $\bar{c} = 3.57 \text{ м}$. Аэродинамические коэффициенты самолёта принимают следующие значения:

$$C_{L0} = 0.1, \quad C_{L\alpha} = 5.7 \text{ рад}^{-1}, \quad (29)$$

$$C_{D0} = 0.02, \quad k = 0.05, \quad (30)$$

$$C_{m0} = -0.05, \quad C_{m\alpha} = -1.0 \text{ рад}^{-1}, \quad (31)$$

$$C_{l\beta} = -0.1, \quad C_{lp} = -0.5, \quad C_{lr} = 0.1, \quad (32)$$

$$C_{n\beta} = 0.08, \quad C_{np} = -0.01, \quad C_{nr} = -0.1. \quad (33)$$

Эти коэффициенты взяты из типичных моделей самолётов, зависят от формы и условий. Угол атаки влияет на C_L и C_m , что изменяет подъём и момент тангажа.

Программа для моделирования движения самолёта

Будем моделировать движение при различных углах атаки, например, от -5° до 15° . Начальные условия: скорость 100 м/с , угол атаки 5° , другие углы 0° . Ниже приведена программа на языке программирования Python 2.7 для моделирования движения самолёта. Программа для моделирования движения использует пакеты numpy и matplotlib для проведения расчётов и построения графиков.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.integrate import odeint
4
5 # Constants
6 m = 78000.0 # mass, kg
7 g = 9.81 # gravity, m/s^2
8 S = 125 # wing area, m^2
9 rho = 1.225 # air density, kg/m^3
10 I_xx = 2.5e6 # moment of inertia about x-axis, kg*m^2
11 I_yy = 4.5e7 # moment of inertia about y-axis, kg*m^2
12 I_zz = 4.7e7 # moment of inertia about z-axis, kg*m^2
13 I_xz = -1.0e5 # moment of inertia about x-z plane, kg*m^2
14 C_L0 = 0.1 # lift coefficient at zero angle of attack
15 C_Lalpha = 5.7 # lift coefficient sensitivity to angle of attack
16 C_D0 = 0.02 # drag coefficient at zero angle of attack
17 C_m0 = -0.05 # moment coefficient at zero angle of attack
18 C_malpha = -1.0 # moment coefficient sensitivity to angle of attack
19 C_lbeta = -0.1 # roll moment coefficient sensitivity to roll rate
20 C_lp = -0.5 # roll moment coefficient sensitivity to pitch rate
21 C_lr = 0.1 # roll moment coefficient sensitivity to roll rate
22 C_nbeta = 0.08 # yaw moment coefficient sensitivity to roll rate
23 C_np = -0.01 # yaw moment coefficient sensitivity to pitch rate
24 C_nr = -0.1 # yaw moment coefficient sensitivity to roll rate
25 k = 0.05 # roll damping coefficient
26 theta_0 = 0 # initial roll angle
27 phi_0 = 0 # initial pitch angle
28 psi_0 = 0 # initial yaw angle
29 u_0 = 100 # initial horizontal velocity
30 v_0 = 0 # initial vertical velocity
31 w_0 = 0 # initial depth velocity
32 p_0 = 0 # initial roll rate
33 q_0 = 0 # initial pitch rate
34 r_0 = 0 # initial yaw rate
35
36 def f(state, t):
37     x, y, z, u, v, w, phi, theta, psi, p, q, r = state
38     C_L = C_L0 + C_Lalpha * phi
39     C_m = C_m0 + C_malpha * phi
40     C_d = C_D0 + 0.5 * rho * S * u * u / (2 * g)
41     C_l = C_lbeta * r + C_lp * q + C_lr * p
42     C_n = C_nbeta * r + C_np * q + C_nr * p
43     F_x = -C_d * u - C_l * v
44     F_y = C_d * v + C_n * w
45     F_z = C_n * u + C_l * w
46     M_phi = I_xx * p + I_xz * r
47     M_theta = I_yy * q
48     M_psi = I_zz * r
49     M_phi_dot = -k * p - M_phi / I_xx
50     M_theta_dot = -M_theta / I_yy
51     M_psi_dot = -M_psi / I_zz
52     return [u, v, w, phi, theta, psi, p, q, r, F_x, F_y, F_z]
53
54 t = np.linspace(0, 10, 1000)
55 state0 = [x_0, y_0, z_0, u_0, v_0, w_0, phi_0, theta_0, psi_0, p_0, q_0, r_0]
56 state = odeint(f, state0, t)
57
58 plt.figure()
59 plt.plot(t, state[:, 0], label='Position x')
60 plt.plot(t, state[:, 1], label='Position y')
61 plt.plot(t, state[:, 2], label='Position z')
62 plt.plot(t, state[:, 3], label='Velocity u')
63 plt.plot(t, state[:, 4], label='Velocity v')
64 plt.plot(t, state[:, 5], label='Velocity w')
65 plt.plot(t, state[:, 6], label='Angle phi')
66 plt.plot(t, state[:, 7], label='Angle theta')
67 plt.plot(t, state[:, 8], label='Angle psi')
68 plt.legend()
69 plt.show()

```

```

7 Ixx = 2.5e6 # kg*m^2
Iyy = 4.5e7
9 Izz = 4.7e7
Ixz = -1.0e5
11 S = 125.0 # wing area, m^2
b = 35.0 # wing span, m
13 c_bar = 3.57 # mean chord, m
rho = 1.225 # air density, kg/m^3
15 g = 9.81 # gravity, m/s^2

17 # Aerodynamic coefficients
CL0 = 0.1
19 CL_alpha = 5.7
CDO = 0.02
21 k = 0.05
Cm0 = -0.05
23 Cm_alpha = -1.0
Cl_beta = -0.1
25 Cl_p = -0.5
Cl_r = 0.1
27 Cn_beta = 0.08
Cn_p = -0.01
29 Cn_r = -0.1

31 def aero_forces_moments(state, alpha, beta, p, q, r, V):
    # Aerodynamic forces and moments
33     CL = CL0 + CL_alpha * alpha
    CD = CDO + k * CL**2
35     L = 0.5 * rho * V**2 * S * CL
    D = 0.5 * rho * V**2 * S * CD
37     Y = 0.5 * rho * V**2 * S * 0 # assuming symmetric
    Cm = Cm0 + Cm_alpha * alpha
39     Cl = Cl_beta * beta + Cl_p * (p * b/(2 * V)) + Cl_r * (r * b/(2 * V))
    Cn = Cn_beta * beta + Cn_p * (p * b/(2 * V)) + Cn_r * (r * b/(2 * V))
41     La = 0.5 * rho * V**2 * S * b * Cl
    Ma = 0.5 * rho * V**2 * S * c_bar * Cm
43     Na = 0.5 * rho * V**2 * S * b * Cn
    return L, D, Y, La, Ma, Na
45

def derivatives(state, t):
47     x, y, z, u, v, w, phi, theta, psi, p, q, r = state
    V = np.sqrt(u**2 + v**2 + w**2)
49     alpha = np.arctan2(w, u)
    beta = np.arcsin(v/V) if V > 0 else 0
51     L, D, Y, La, Ma, Na = aero_forces_moments(state, alpha, beta, p, q, r, V)
    # Forces in body frame
53     Fx = -D # thrust assumed 0
    Fy = Y
55     Fz = -L
    # Equations

```

```

57     du = (Fx/m) - g * np.sin(theta)
58     dv = (Fy/m) + g * np.cos(theta) * np.sin(phi) + (u * r - w * p)
59     dw = (Fz/m) + g * np.cos(theta) * np.cos(phi) - (u * q - v * r)
60     # Moments
61     Lp = (La + (Iyy - Izz) * q * r + Ixz * p * q) / Ixx
62     Mq = (Ma + (Izz - Ixx) * p * r + Ixz * (p**2 - r**2)) / Iyy
63     Nr = (Na + (Ix - Iyy) * p * q - Ixz * q * r) / Izz
64     # Kinematics
65     dphi = p + np.tan(theta) * (q * np.sin(phi) + r * np.cos(phi))
66     dtheta = q * np.cos(phi) - r * np.sin(phi)
67     dpsi = (q * np.sin(phi) + r * np.cos(phi)) / np.cos(theta)
68     # Position
69     dx = u * np.cos(theta) * np.cos(psi) + v * (-np.cos(phi) * np.sin(psi) +
70           np.sin(phi) * np.sin(theta) * np.cos(psi)) + w * (np.sin(phi) * np.sin(
71           psi) + np.cos(phi) * np.sin(theta) * np.cos(psi))
72     dy = u * np.cos(theta) * np.sin(psi) + v * (np.cos(phi) * np.cos(psi) +
73           np.sin(phi) * np.sin(theta) * np.sin(psi)) + w * (-np.sin(phi) * np.cos(
74           psi) + np.cos(phi) * np.sin(theta) * np.sin(psi))
75     dz = -u * np.sin(theta) + v * np.sin(phi) * np.cos(theta) + w * np.cos(
76           phi) * np.cos(theta)
77     return [dx, dy, dz, du, dv, dw, dphi, dtheta, dpsi, Lp, Mq, Nr]
78
79 # Initial conditions
80 state0 = [0, 0, 0, 100, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0] # alpha ~5 deg
81 t = np.linspace(0, 10, 100)
82 sol = odeint(derivatives, state0, t)
83 # Plot
84 plt.figure()
85 plt.plot(t, sol[:, 3], label='u')
86 plt.plot(t, sol[:, 4], label='v')
87 plt.plot(t, sol[:, 5], label='w')
88 plt.xlabel(r'Time (s)')
89 plt.ylabel(r'Velocity (m/s)')
90 plt.title(r'Velocity components')
91 plt.legend()
92 plt.show()
93
94 plt.figure()
95 plt.plot(t, np.degrees(np.arctan2(sol[:, 5], sol[:, 3])), label='Alpha')
96 plt.xlabel(r'Time (s)')
97 plt.ylabel(r'Angle of attack (deg)')
98 plt.title(r'Angle of attack vs time')
99 plt.legend()
100 plt.show()

```

Листинг 2.1. Код на языке Python для моделирования самолёта.

Компьютерная программа моделирует движение, показывая изменение скоростей и угла атаки со временем, с учётом влияния угла атаки на подъём и устойчивость движения самолёта. Компьютерная программа, моделирующая динамику самолёта, состоит из шести блоков. В первом блоке программа импортирует три научные библиотеки

Python. Импортируются библиотеки numpy (np) для численных математических операций и работы с массивами, matplotlib.pyplot (plt) для визуализации процессов и построения графиков, scipy.integrate.odeint из scipy.integrate для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений движения самолёта. Во втором блоке описываются в виде констант физические и аэродинамические параметры самолёта: масса (m), моменты инерции ($I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}, I_{xz}$), геометрические характеристики (площадь крыла S , размах крыл b , средняя аэродинамическая хорда c_{bar}), физические константы: плотность воздуха (ρ), ускорение свободного падения (g), аэродинамические коэффициенты подъёмной силы C_{L0} , лобового сопротивления C_{D0} , момента тангажа C_{m0} , крена C_l и рыскания C_n в зависимости от угла атаки α , угла скольжения β и безразмерных скоростей вращения. В третьем блоке описывается функция aero_forces_moments для вычисления сил и моментов сил, действующие на самолёт в связанной системе координат. На входе функции задаётся текущее состояние самолета, углы атаки α и скольжения β , угловые скорости (p, q, r) и скорость воздушного потока (V). Функция вычисляет текущие коэффициенты подъёмной силы CL и сопротивления CD по простой поляре. Функция рассчитывает абсолютные значения аэродинамических сил: подъёмной силы, силы сопротивления, боковой силы. Функция рассчитывает коэффициенты и абсолютные значения аэродинамических моментов: момент крена, момент тангажа, момент рыскания. На выходе функция выдаёт три силы и три момента сил. В четвёртом блоке программы описывается функция derivatives, которая формирует правые части системы дифференциальных уравнений, содержащие производные всех переменных состояния. В четвёртом блоке программы вводится вектор состояния в момент времени t . Функция derivatives выполняет расчёт кинематических параметров: из компонент скорости (u, v, w) вычисляется воздушная скорость (V), угол атаки (α) и угол скольжения (β). Функция derivatives выполняет вызов аэродинамической модели для полученных параметров вызывается функция aero_forces_moments. Функция derivatives в уравнениях сил для поступательного движения вычисляет проекции сил, которые записываются в связанной системе координат F_x, F_y, F_z . Тяга двигателя здесь равна нулю. В Функции derivatives рассчитываются производные линейных скоростей (du, dv, dw) по уравнениям Ньютона. В Функции derivatives на основе уравнений моментов для вращательного движения рассчитываются производные угловых скоростей (L_p, M_q, N_r) по уравнениям Эйлера с учетом аэродинамических моментов, гирокопических членов и перекрестных инерционных связей. В Функции derivatives на основе кинематических соотношений для ориентации самолёта рассчитываются производные углов Эйлера ($d\phi, d\theta, d\psi$), которые связывают угловые скорости тела с скоростями изменения этих углов. Функции derivatives на основе кинематических соотношений для положения самолёта рассчитываются производные координат в земной системе координат (dx, dy, dz) через направляющие косинусы. На выходе функция derivatives выдаёт список из 12 производных, который передаётся решателю обыкновенных дифференциальных уравнений. В пятом блоке программы выполняется численное моделирование полёта самолёта на основе интегрирования уравнений движения. В пятом блоке программы задаются начальные значения для всех 12 переменных состояния (координаты, скорости, углы, угловые скорости). В примере самолёт имеет скорость 100 м/с с небольшим вертикальным смещением, что соответствует углу атаки $\approx 5^\circ$. Для задания временного диапазона создаётся массив времени от 0 до 10 секунд с 100 шагами. Затем проводится интегрирование с помощью функция odeint, которая решает систему обыкновенных дифференциальных уравнений, вызывая функцию derivatives, и возвращает массив решений sol за всё время моделирования. В шестом блоке программа строит два графика для анализа результатов моделирования: график компонент скорости (u, v, w) в связанной системе координат от времени, график угла атаки α в градусах от

времени, который рассчитывается из компонент скорости в каждый момент времени. Программа моделирует свободный полёт самолёта без управления в течение 10 секунд, начиная с заданных начальных условий. Программа учитывает сложную аэродинамику в зависимости сил и моментов сил от углов и скоростей вращения, полную динамику твёрдого тела с шестью степенями свободы, влияние гравитации. Результатом моделирования является изменение во времени ключевых параметров движения, которые визуализируются на графиках.

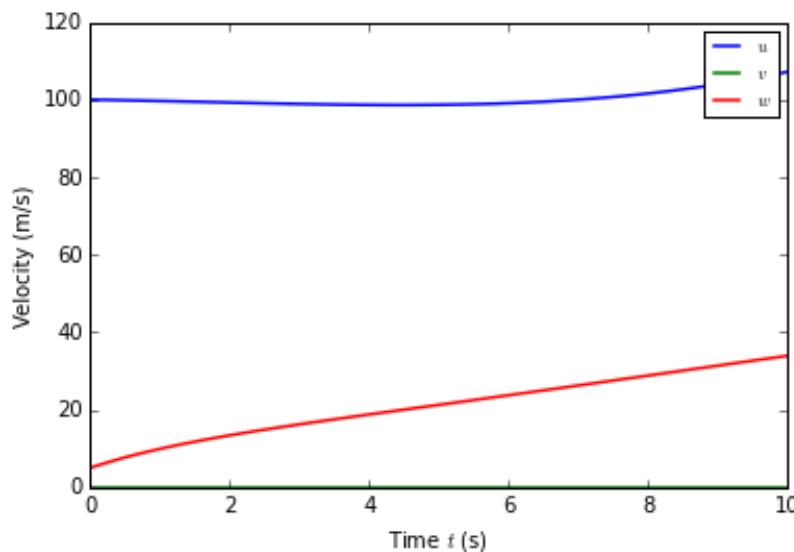


Рис. 1. Компоненты скорости самолёта как функции времени.

На рис. 1 приведено изображение омпонент скорости самолёта как функции времени.

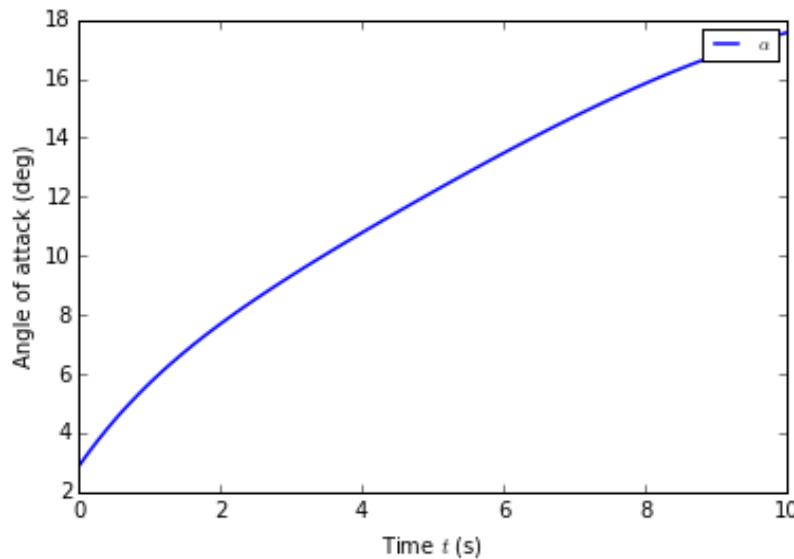


Рис. 2. Зависимость угла атаки самолёта от времени.

На рис. 2 приведено изображение зависимости угла атаки самолёта от времени.

Это типичный пример модели для анализа динамической устойчивости или отработки систем управления летательными аппаратами.

Заключение

Моделирование сложного движения самолёта позволяет анализировать аэродинамические эффекты. Угол атаки критически влияет на подъём и моменты. Исследование аэродинамических характеристик движения модели самолёта имеет важное практическое значение для разработки и конструирования летательных аппаратов. Законы аэродинамики широко применяются в самолётостроении и ракетостроении. Дальнейшее развитие математических методов позволит решать более сложные задачи проектирования и эксплуатации летательных аппаратов. Понимание аэродинамических характеристик помогает оптимизировать дизайн самолёта, улучшить его характеристики и повысить эффективность. Исследование аэродинамических характеристик движения модели самолёта поможет углубить теоретические знания в области аэродинамики, механики полёта и конструкции летательных аппаратов. Оптимизация угла атаки может привести к увеличению подъёмной силы, однако также влечёт за собой рост сопротивления, что требует комплексного подхода в проектировании самолётов.

Гипотеза исследования, заключающаяся в том, что если провести анализ аэродинамических характеристик различных моделей самолётов, то можно определить оптимальные параметры и форму самолёта, выявить наиболее удачные комбинации размеров, форм и углов наклона крыльев, которые обеспечат наилучшие характеристики самолёта, полностью подтверждена полностью.

Список использованных источников

1. Rizzi A. Separated and vortical flow in aircraft aerodynamics: a CFD perspective // The aeronautical journal. — 2023. — jun. — Vol. 127, no. 1313. — P. 1065–1103. — URL: <http://dx.doi.org/10.1017/aer.2023.39>.
2. Sabater Christian, Sturmer Philipp, Bekemeyer Philipp. Fast predictions of aircraft aerodynamics using deep-learning techniques // AIAA Journal. — 2022. — sep. — Vol. 60, no. 9. — P. 5249–5261. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/1.j061234>.
3. Massegur David, Da Ronch Andrea. Graph convolutional multi-mesh autoencoder for steady transonic aircraft aerodynamics // Machine learning: science and technology. — 2024. — apr. — Vol. 5, no. 2. — P. 025006. — URL: <http://dx.doi.org/10.1088/2632-2153/ad36ad>.
4. Aerodynamic simulation of aircraft crusing characteristics based on FLUENT / Lijie Duan [et al.] // 2022 IEEE international conference on mechatronics and automation (ICMA). — IEEE, 2022. — aug. — P. 1457–1462. — URL: <http://dx.doi.org/10.1109/ICMA54519.2022.9856231>.
5. Aerodynamic characteristics of aircraft model with cable suspension system under rotary motion / Dongbo Han [et al.] // Journal of aircraft. — 2025. — jul. — Vol. 62, no. 4. — P. 1018–1029. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/1.C038201>.
6. Kostic Cedomir, Rasuo Bosko. Aerodynamic airfoil at critical angles of attack // Vojnotehnicki glasnik. — 2016. — Vol. 64, no. 3. — P. 784–811. — URL: <http://dx.doi.org/10.5937/vojtehg64-8048>.
7. Goliszek Bartłomiej, Goraj Zdobyślaw. Dynamics of a combat aircraft at high angles of attack // SSRN. — 2025. — P. 5101229. — URL: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.5101229>.

8. Erickson G. E. High angle-of-attack aerodynamics // Annual review of fluid mechanics. — 1995. — jan. — Vol. 27, no. 1. — P. 45–88. — URL: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.fl.27.010195.000401>.
9. The effect of angle of attack on the flow structure over the nonslender lambda wing / S. Yayla [et al.] // Aerospace science and technology. — 2013. — jul. — Vol. 28, no. 1. — P. 417–430. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2012.12.007>.
10. Baigang Mi, Jingyi Yu. An improved nonlinear aerodynamic derivative model of aircraft at high angles of attack // International journal of aerospace engineering. — 2021. — sep. — Vol. 2021. — P. 1–12. — URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2021/5815167>.
11. Ma Ziqing, Smeur Ewoud J.J., de Croon Guido C.H.E. Wind tunnel tests of a wing at all angles of attack // International journal of micro air vehicles. — 2022. — jan. — Vol. 14. — URL: <http://dx.doi.org/10.1177/17568293221110931>.

Сведения об авторах:

Андрей Васильевич Синдеев — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин Ульяновского института гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева, Ульяновск, Россия.

E-mail: syndyaev@rambler.ru

ORCID iD  0000-0002-9716-8189

Web of Science ResearcherID  OAJ-9987-2025

SCOPUS ID  6508080812

Original article
 PACS 47.85.Gj
 OCIS 000.6800
 MSC 74F10

Modeling of the aerodynamic characteristics of the aircraft model's motion

A. V. Sindyayev 

Federal state budgetary educational institution of higher education “Ulyanovsk institute of civil aviation named after chief marshal of aviation B. P. Bugaev”, 432071, Ulyanovsk, Russia

Submitted October 14, 2025

Resubmitted October 17, 2025

Published December 31, 2025

Abstract. The results of the analysis of the aerodynamic characteristics of aircraft movement are presented. The aim of the work is to develop a mathematical model for calculating the aerodynamic motion characteristics of an aircraft model. The motivation of the research is due to the need to optimize the design of aircraft to increase their efficiency and safety in conditions of limited resources at the design stage. The research methods used were numerical modeling, numerical methods for developing models for studying the aerodynamic characteristics of aircraft, and methods for programming aerodynamic problems. The practical significance of the research lies in the possibility of using the developed model for rapid prototyping and optimization of aircraft designs, which helps to reduce development costs and increase the reliability of aviation technology.

Keywords: airplane, airplane model, aerodynamics, aerodynamic characteristics, modeling

References

1. Rizzi A. Separated and vortical flow in aircraft aerodynamics: a CFD perspective // The aeronautical journal. — 2023. — jun. — Vol. 127, no. 1313. — P. 1065–1103. — URL: <http://dx.doi.org/10.1017/aer.2023.39>.
2. Sabater Christian, Sturmer Philipp, Bekemeyer Philipp. Fast predictions of aircraft aerodynamics using deep-learning techniques // AIAA Journal. — 2022. — sep. — Vol. 60, no. 9. — P. 5249–5261. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/1.j061234>.
3. Massegur David, Da Ronch Andrea. Graph convolutional multi-mesh autoencoder for steady transonic aircraft aerodynamics // Machine learning: science and technology. — 2024. — apr. — Vol. 5, no. 2. — P. 025006. — URL: <http://dx.doi.org/10.1088/2632-2153/ad36ad>.
4. Aerodynamic simulation of aircraft crusing characteristics based on FLUENT / Lijie Duan [et al.] // 2022 IEEE international conference on mechatronics and automation (ICMA). — IEEE, 2022. — aug. — P. 1457–1462. — URL: <http://dx.doi.org/10.1109/ICMA54519.2022.9856231>.

5. Aerodynamic characteristics of aircraft model with cable suspension system under rotary motion / Dongbo Han [et al.] // Journal of aircraft. — 2025. — jul. — Vol. 62, no. 4. — P. 1018–1029. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/1.C038201>.
6. Kostic Cedomir, Rasuo Bosko. Aerodynamic airfoil at critical angles of attack // Vojnotehnicki glasnik. — 2016. — Vol. 64, no. 3. — P. 784–811. — URL: <http://dx.doi.org/10.5937/vojtehg64-8048>.
7. Goliszek Bartlomiej, Goraj Zdobyslaw. Dynamics of a combat aircraft at high angles of attack // SSRN. — 2025. — P. 5101229. — URL: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.5101229>.
8. Erickson G. E. High angle-of-attack aerodynamics // Annual review of fluid mechanics. — 1995. — jan. — Vol. 27, no. 1. — P. 45–88. — URL: <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.fl.27.010195.000401>.
9. The effect of angle of attack on the flow structure over the nonslender lambda wing / S. Yayla [et al.] // Aerospace science and technology. — 2013. — jul. — Vol. 28, no. 1. — P. 417–430. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2012.12.007>.
10. Baigang Mi, Jingyi Yu. An improved nonlinear aerodynamic derivative model of aircraft at high angles of attack // International journal of aerospace engineering. — 2021. — sep. — Vol. 2021. — P. 1–12. — URL: <http://dx.doi.org/10.1155/2021/5815167>.
11. Ma Ziqing, Smeur Ewoud J.J., de Croon Guido C.H.E. Wind tunnel tests of a wing at all angles of attack // International journal of micro air vehicles. — 2022. — jan. — Vol. 14. — URL: <http://dx.doi.org/10.1177/17568293221110931>.

Information about authors:

Andrey Vasilievich Sindyaev — Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of natural sciences at the Ulyanovsk civil aviation institute named after chief air marshal B. P. Bugaev, Ulyanovsk, Russia.

E-mail: syndyaev@rambler.ru

ORCID iD  0000-0002-9716-8189

Web of Science ResearcherID  OAJ-9987-2025

SCOPUS ID  6508080812