

2.2 Теоретическая физика

Научная статья

УДК 531.8

ББК 22.31

ГРНТИ 30.15.15

ВАК 1.3.3.

PACS 47.85.Gj

OCIS 000.6800

MSC 74F10

Моделирование задач авиационной динамики и оптимизации параметров летательных аппаратов в современной авиации

А. В. Синдяев ¹

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ульяновский институт гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П.
Бугаева», 432071, Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 12 августа 2025 года

После переработки 14 августа 2025 года

Опубликована 30 сентября 2025 года

Аннотация. Рассматриваются актуальные проблемы, возникающие при моделировании и проектировании современных летательных аппаратов. Целью работы является разработка и совершенствование математических методов для решения комплексных задач авиационной динамики для оптимизации параметров современных летательных аппаратов. Методы исследования включают математическое моделирование, численные методы решения дифференциальных уравнений, оптимизационные алгоритмы и методы компьютерного анализа динамики летательных аппаратов. Предложена математическая модель, позволяющих более точно описывать динамику полёта летательных аппаратов.

Ключевые слова: аэродинамика, аэродинамическая задача, летательный аппарат, кинематические уравнения Эйлера, динамические уравнения Эйлера, математическое моделирование, проектирование летательных аппаратов

Введение

Современная авиация представляет собой сложную систему, требующую глубокого математического анализа на всех этапах проектирования и эксплуатации. Математические методы играют ключевую роль в решении задач, связанных с обеспечением безопасности, экономичности и эффективности полетов. В условиях развития авиационной техники возникает необходимость совершенствования математических методов проектирования и эксплуатации летательных аппаратов.

Целью работы является разработка и совершенствование математических методов для решения комплексных задач авиационной динамики для оптимизации параметров современных летательных аппаратов. Задачи исследования включают анализ литературы по существующим математическим моделям летательных аппаратов, используемых

¹E-mail: syndyaev@rambler.ru

в авиационной отрасли, разработку метода решения аэродинамической задачи для оптимизации параметров летательных аппаратов.

Объект исследования является совокупность процессов моделирования и проектирования летательных аппаратов. Предметом исследования является математическая модель для процессов моделирования и проектирования летательных аппаратов.

Методы исследования включают математическое моделирование, численные методы решения дифференциальных уравнений, оптимизационные алгоритмы и методы компьютерного анализа. Материалы исследования включают уравнения Навье–Стокса для описания аэродинамических характеристик летательных аппаратов на основе данных о параметрах полёта.

Мотивация исследования обусловлена необходимостью повышения эффективности и безопасности авиационной техники в условиях постоянного развития технологий и усложнения задач, стоящих перед современной авиацией.

Научная новизна исследования заключается в том, что разработан метод решения аэродинамической задачи на основе усовершенствованной математической модели, позволяющей оптимизировать параметры летательных аппаратов.

Гипотеза исследования заключается в том, что применение современных математических методов позволит повысить эффективность проектирования летательных аппаратов.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что результаты позволят расширить теоретические основы математического моделирования в авиационной отрасли. Практическая значимость исследования заключается в возможности применения полученных результатов при проектировании новых летательных аппаратов, модернизации существующих моделей и совершенствовании систем управления воздушным движением, что способствует повышению безопасности и экономичности авиационных перевозок.

Обзор

Аэродинамические модели предоставляют данные о силах и моментах, необходимые для анализа динамики полёта, прочности конструкции и управления; выбор варьируется от недорогих приближений потенциального течения до полнофункциональных решателей уравнений Навье–Стокса в зависимости от требований к точности. Методы расчёта элементов лопастей и полос рассчитывают силы путём интегрирования двумерных нагрузок на аэродинамический профиль вдоль несущих поверхностей и полезны для роторов и воздушных винтов в работе [1]. Раннее проектирование и прототипирование закона управления на основе потенциального течения или вихревой решётки для быстрой оценки производной устойчивости использовано в работе [1]. Методы сжимаемой решётки используются в связанных аэродинамических расчётах, когда важны нестационарные аэродинамические условия в работе [2]. Предварительные аэроупругие или связанные с управлением испытания: сжимаемая решётка или нестационарная панель при наличии связи и нестационарного следа применено в работе [2]. Сертификация и подробные характеристики для вязкостных эффектов, отрывного течения и поведения при больших углах атаки описаны в работе [3]. Масштабно-разрешающие вычислительные гидродинамики решают уравнения Навье–Стокса с замыканиями турбулентности для вязкого сопротивления, разделения и взаимодействия поверхностей управления; они используются для заполнения аэродинамических баз данных и проверки моделей с низкой точностью в работе [3]. Модели динамики полёта выражают движения жёсткого тела и (опционально) упругого движения и составляют основу моделирования для анализа управляемости, устойчивости и контроля. Уравнения Ньютона–Эйлера для жёсткого тела с шестью степенями свободы с кинематическими соотношениями образуют

основные нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения, используемые для моделирования траектории и управления; линеаризация относительно усечённых точек даёт производные устойчивости и стандартные представления пространства состояний для проектирования систем управления и модального анализа описаны в работе [4]. Пространство состояний систематически обрабатывает взаимодействия и ограничения математических методов моделирования летательных аппаратов, но требует точных моделей для проектирования наблюдателя и датчика, как показано в работе [5]. Проектирование на основе передаточной функции интуитивно понятно и вычислительно просто для контуров, но плохо масштабируется для сильно связанных многопараметрических воздушных судов, как показано в работе [5]. Алгебраические карты движителей и элементы лопастей практичны для моделирования и управления полётом, обладают высокой точностью (модели сжимаемого потока или переходных режимов двигателя), необходимой для режимов отказа двигателя, помпажа и сваливания и переходных режимов описаны в работе [6]. Методы элементов лопастей и импульса вычисляют тягу и крутящий момент ротора и винта путём интегрирования сил сечения (подъёмной силы и сопротивления) вдоль лопастей; явные соотношения между шагом лопасти и тягой или крутящим моментом типичны для моделирования и управления наклонными роторами, как показано в работе [6].

Моделирование динамики летательного аппарата является важной частью разработки современных законов управления и обеспечения безопасности полетов. В статье [7] для решения задачи моделирования продольной динамики с использованием небольшого объёма данных лётных испытаний в условиях больших углов атаки предложен эффективный подход, интегрирующий машинное обучение с физическими механизмами. Во-первых, в статье [7] создаётся низкоточная модель динамики летательного аппарата, основанная на физическом анализе. Во-вторых, в статье [7] разработан автоэнкодер для извлечения временных и пространственных характеристик из истории движения в полёте в условиях больших углов атаки. Эти характеристики затем используются для компенсации ошибок моделирования низкоточной модели с помощью модуля слияния на основе глубокой нейронной сети, что приводит к созданию высокоточной модели динамики летательного аппарата. Кроме того, разработана в статье [7] парадигма многошаговой эволюции динамики летательного аппарата с учетом физики замкнутого контура для построения функций потерь, обеспечивающая стабильную и эффективную оптимизацию параметров высокоточной модели. Наконец, в статье [7] имитационная модель масштабированного самолёта F-16 используется для генерации небольшого набора данных лётных испытаний с большим углом атаки для обучения и тестирования высокоточной модели. В статье [7] экспериментальные результаты показывают, что по сравнению с тремя репрезентативными базовыми методами моделирования динамики самолёта предлагаемый подход обеспечивает более высокую точность моделирования и лучшую обобщающую способность, что подтверждает его расширенные возможности.

Испытание на вибрацию на земле является важнейшим этапом проектирования нового воздушного судна. Испытание включает в себя анализ различных конфигураций нагрузки, что помогает понять реальное поведение конструкции, сертифицировать некоторые экстремальные случаи нагрузки, а также проверить и улучшить конечно-элементную модель, используемую при проектировании. В статье [8] проверка модели конечных элементов осуществляется путём сравнения частотных характеристик, полученных в ходе испытания на вибрацию на земле, и конечно-элементной модели в некоторых точках отклика. В идеале численные и экспериментальные результаты должны согласовываться. Это, безусловно, верно в случае отдельных компонентов, но в случае сборок часто возникают расхождения между численными и экспериментальными результатами, особенно при динамическом анализе. Эти расхождения увеличиваются с увели-

чением числа компонентов в сборке, поскольку соединения обычно недостаточно хорошо представлены в конечно-элементной модели. Компоненты этих сборных конструкций обычно соединены в небольшом количестве точек, и они могут рассматриваться как локальные источники жёсткости и демпфирования. В конечно-элементной модели эти соединения можно представить в виде сосредоточенных пружинно-амортизаторных элементов в упрощенном виде. В статье [8] представлена формулировка уравнения динамического равновесия, использующая отдельный подход для механических свойств соединения сборки. Далее, на основе этой формулировки был разработан процесс оптимизации, использующий свойства соединения в качестве проектных переменных, для определения параметров соединения, которые улучшают согласование между численными и экспериментальными функциями частотной характеристики в случае гармонических возбуждений. В статье [8] этот подход был применён к конечно-элементной модели, представляющей соединение между сегментом фюзеляжа и хвостовым конусом, а также к реальной системе самолёта, для которой доступны экспериментальные данные. Результаты, достигнутые с помощью этой процедуры, весьма эффективны и многообещающие.

В последние годы многие системы управления полетом и отрасли промышленности используют пропорционально-интегрально-дифференциальные регуляторы для улучшения динамического поведения характеристик летательных аппаратов. В статье [9] разрабатывается пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор для повышения устойчивости и производительности системы воздушного судна общего назначения. Проектирование оптимальных параметров пропорционального интегрально-дифференциального регулятора для управления тангажем самолета важно для расширения диапазона безопасности полетов. В статье [9] разработана математическая модель для описания управления продольным тангажем самолета. В статье [9] пропорциональный интегрально-дифференциальный регулятор разработан на основе динамического моделирования системы самолета. Используются различные методы настройки, а именно метод Зейглера-Николса, модифицированный метод Зейглера-Николса, настройка Тайреуса-Льюиса, методы настройки Астрома-Хагглунда. В статье [9] сравниваются характеристики временной области различных методов настройки для получения оптимальных значений параметров. В статье [9] результаты доказывают, что пропорционального интегрально-дифференциального регулятора, настроенного по Зейглеру-Николсу для динамики управления тангажем самолёта, лучше по устойчивости и производительности во всех условиях. Необходимо провести дальнейшие исследования по получению оптимальных параметров пропорционального интегрально-дифференциального регулятора с использованием методов искусственного интеллекта.

В статье [10] описана методика построения адаптивного регулятора для многопараметрических систем, основанная на недавно разработанных методах идентификации и оптимизации. В статье [10] подробно рассмотрено применение метода к системе вертолёта с изменяющимися во времени параметрами. В статье [10] сравнивается реакция адаптивной системы с соответствующей реакцией системы с фиксированным регулятором и системы с оптимальным управлением. В статье [10] показано, что адаптивная система близка к оптимальной.

Рост объёмов авиаперевозок и повышение требований к эффективности требуют совершенствования алгоритмов планирования оптимальных маршрутов полёта воздушных судов. Традиционные методы, такие как алгоритмы A^* , B^* , D^* и Дейкстры, широко используются в навигационных системах, однако имеют ряд ограничений при применении в динамически изменяющейся среде, в частности, из-за необходимости учёта погодных условий, особенностей воздушного движения, экономических факторов и характеристик воздушных судов. В статье [11] представлен комплексный анализ существующих

подходов к оптимизации маршрутов воздушных судов, рассматриваются преимущества и недостатки каждого из них, а также возможные направления их совершенствования. В статье [11] особое внимание уделено многокритериальным параметрам, влияющим на эффективность маршрутизации, таким как расход топлива, безопасность, точность прогнозирования и адаптация к изменяющимся условиям полёта. В статье [11] предложено методическое решение для совершенствования алгоритмов построения маршрутов, заключающееся в учёте изменяющихся параметров в режиме реального времени и их интеграции в современные навигационные системы. Кроме того, в статье [11] с использованием усовершенствованных алгоритмов проведено моделирование оптимальных траекторий полёта, что позволяет повысить эффективность принятия решений в области управления воздушным движением.

Модель

Рассматривается моделирование аэродинамической задачи сложного движения летательного аппарата с использованием кинематических и динамических уравнений Эйлера для описания поступательного и вращательного движения, а также их аналитические решения с использованием конкретных параметров, близких к реальным характеристикам летательного аппарата.

Сложное движение летательного аппарата включает в себя поступательное перемещение в пространстве и вращательное движение вокруг центра масс. Для моделирования такого движения используются кинематические уравнения Эйлера, описывающие ориентацию, и динамические уравнения Эйлера, описывающие моменты сил. Учтём аэродинамические силы и моменты. Аналитические решения получены для конкретных параметров: масса $m = 5000$ кг, моменты инерции $I_x = 1500$ кг·м², $I_y = 8000$ кг·м², $I_z = 7000$ кг·м², начальные скорости и углы.

Основой аэродинамического расчёта является система уравнений Навье-Стокса:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{F}, \quad (1)$$

где ρ – плотность, $\mathbf{v}$ – вектор скорости, p – давление, μ – вязкость, $\mathbf{F}$ – главный вектор внешних сил.

Рассмотрим динамику летательного аппарата. Положение летательного аппарата в пространстве определяется углами Эйлера: ϕ – угол крена, θ – угол тангажа, ψ – угол курса. Кинематические уравнения Эйлера связывают угловые скорости с производными углов Эйлера:

$$\dot{\phi} = \omega_x \cos \psi + \omega_y \sin \phi \sin \psi + \omega_z \cos \phi \sin \psi, \quad (2)$$

$$\dot{\theta} = \omega_y \cos \psi - \omega_z \sin \psi, \quad (3)$$

$$\dot{\psi} = -\omega_x \sin \phi + (\omega_y \cos \phi \cos \psi + \omega_z \cos \phi \sin \psi) \frac{1}{\cos \theta}. \quad (4)$$

где ϕ – угол крена, θ – угол тангажа, ψ – угол рыскания, ω_x , ω_y , ω_z – проекции угловой скорости летательного аппарата.

Кинематические уравнения Эйлера описывают изменение ориентации твёрдого тела. Кинематические уравнения Эйлера связывают угловые скорости с производными углов Эйлера. Пусть углы Эйлера: ψ (рыскание), θ (тангаж), ϕ (крен). Матрица перехода от связанной системы координат к инерциальной системе координат имеет вид:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

Угловые скорости в связанной системе: $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. Связь с производными углов Эйлера:

$$\begin{pmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Обратная связь определяется следующим выражением:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (7)$$

Теперь, кинематические уравнения Эйлера:

$$\dot{\phi} = \omega_x + \tan \theta (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) , \quad (8)$$

$$\dot{\theta} = \omega_y \cos \phi - \omega_z \sin \phi , \quad (9)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi}{\cos \theta} . \quad (10)$$

Кинематические уравнения Эйлера получаются из определения углов Эйлера и кинематической связи между системами координат. Кинематические уравнения Эйлера описывают эволюцию ориентации летательного аппарата без учёта сил.

Динамические уравнения Эйлера описывают вращательное движение летательного аппарата под действием моментов сил. Для твёрдого тела динамические уравнения Эйлера имеют вид:

$$I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z = M_x , \quad (11)$$

$$I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z = M_y , \quad (12)$$

$$I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y = M_z , \quad (13)$$

где I_x, I_y, I_z – моменты инерции летательного аппарата, M_x, M_y, M_z – моменты сил относительно соответствующих осей в связанной системе. Динамические уравнения Эйлера следуют из второго закона Ньютона для вращательного движения. Члены $(I_z - I_y) \omega_y \omega_z$ – гироскопические эффекты.

Для описания аэродинамических эффектов моменты включают аэродинамические моменты:

$$M_x = M_{x,aero} + M_{x,other} . \quad (14)$$

Аналогично записываются выражения для M_y, M_z .

Аэродинамический момент по крену: $M_{x,aero} = -\frac{1}{2} \rho v^2 S l \delta_a C_{l,\delta_a}$, где δ_a – отклонение элерона, C_{l,δ_a} – коэффициент.

Общий момент определяется по формуле:

$$M_x = Q S b C_l , \quad (15)$$

$$M_y = Q S c C_m , \quad (16)$$

$$M_z = Q S b C_n . \quad (17)$$

где $Q = \frac{1}{2} \rho v^2$, b – размах крыла. Коэффициенты C_l, C_m, C_n зависят от углов атаки α , скольжения β , угловых скоростей и отклонений рулей. Коэффициенты C_l находятся по формуле

$$C_l = C_{l0} + C_{l\alpha} \alpha + C_{l\beta} \beta + C_{lp} \frac{pb}{2v} + C_{lr} \frac{rb}{2V} + C_{l\delta_a} \delta_a + C_{l\delta_r} \delta_r . \quad (18)$$

Аналогично для C_m , C_n . Эти формулы основаны на теории аэродинамики с коэффициентами определяемыми экспериментально. Представленная система уравнений позволяет полностью описать движение летательного аппарата в пространстве, учитывая как вращательные, так и поступательные движения летательного аппарата в пространстве.

Пространственное движение летательного аппарата описывается системой уравнений движения:

$$m\dot{v} = F_x, \quad (19)$$

$$m(\dot{\omega} + v\dot{\beta}) = F_y, \quad (20)$$

$$m(\dot{u} - v\dot{\alpha}) = F_z, \quad (21)$$

где F_x , F_y , F_z – проекции аэродинамических сил. Поступательное движение описывается системой уравнений движения центра масс:

$$m\ddot{x} = F_x, \quad (22)$$

$$m\ddot{y} = F_y, \quad (23)$$

$$m\ddot{z} = F_z - mg, \quad (24)$$

где m – масса летательного аппарата, F_x , F_y , F_z – проекции аэродинамических сил, g – ускорение свободного падения. Подъёмная сила крыла летательного аппарата определяется по формуле:

$$L = \frac{1}{2}\rho v^2 S C_L, \quad (25)$$

где S – площадь крыла летательного аппарата, C_L – коэффициент подъёмной силы.

Для последовательного описания поступательного движения летательного аппарата используются уравнения Ньютона в инерциальной системе отсчёта:

$$m\ddot{x} = F_x, \quad (26)$$

$$m\ddot{y} = F_y, \quad (27)$$

$$m\ddot{z} = F_z - mg, \quad (28)$$

где силы включают тягу, гравитацию, аэродинамические силы.

Аэродинамические силы определяются следующими выражениями:

$$F_x = T \cos \alpha \cos \beta - D \cos \alpha \cos \beta + L \sin \alpha \cos \beta + Y \sin \beta, \quad (29)$$

$$F_y = T \cos \alpha \sin \beta - D \cos \alpha \sin \beta + L \sin \alpha \sin \beta - Y \cos \beta, \quad (30)$$

$$F_z = -T \sin \alpha - D \sin \alpha - L \cos \alpha. \quad (31)$$

Тяга T , подъёмная сила $L = QSC_L$, сопротивление $D = QSC_D$, боковая сила $Y = QSC_Y$. Коэффициенты определяются из выражения:

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}\alpha + \dots, \quad (32)$$

аналогично для C_D , C_Y . Эти уравнения получаются проекцией сил на оси. Аэродинамические силы зависят от скорости и ориентации летательного аппарата.

Для простоты рассмотрим плоское движение (без скольжения). Предположим $\beta = 0$, $\phi = 0$, $\psi = 0$, $\dot{\psi} = 0$.

Упрощённые уравнения имеют вид:

$$\dot{\theta} = \omega_y, \quad (33)$$

$$\dot{\psi} = 0. \quad (34)$$

Динамические уравнения имеют вид:

$$I_y \dot{\omega}_y = M_y = QScC_m . \quad (35)$$

Поступательные уравнения имеют вид:

$$m\ddot{V} = \frac{T - D}{m} - g \sin \theta , \quad (36)$$

$$mV\dot{\theta} = \frac{L}{m} - g \cos \theta , \quad (37)$$

где v – скорость, α – угол атаки.

Предположим постоянные коэффициенты: $T = 10000$ Н, $C_L = 0.5$, $C_D = 0.05$, $S = 20$ м², $c = 2$ м, $Q = 0.5 \cdot 1.225 \cdot v^2$ (для $v \approx 50$ м/с).

При поиске аналитического решения для малого угла атаки используется линейная аппроксимация.

Решение для вращения имеет вид:

$$\omega_y(t) = \omega_0 + \int_0^t \frac{M_y}{I_y} dt . \quad (38)$$

Для поступательного движения предположим, что скорость является постоянной величиной, тогда траектория является параболой.

Конкретные параметры: $m = 5000$ кг, $I_y = 8000$ кг·м², начальный угол $\theta = 10^\circ$, $v = 50$ м/с, $\omega_y = 0$.

Решение кинематического уравнения имеет вид:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_y t . \quad (39)$$

Решение динамического уравнения имеет вид:

$$\omega_y(t) = \omega_0 + (M_y/I_y) t . \quad (40)$$

Предположим, что $M_y = 1000$ Н·м, тогда $\omega_y(t) = 0.125t$ (рад/с). $\theta(t) = 10\pi/180 + 0.125t$ (рад).

Для поступательного движения уравнения имеют вид:

$$x(t) = v t \cos \theta \approx v t , \quad (41)$$

$$z(t) = - (gt^2)/2 + v t \sin \theta \approx v t \sin(10^\circ) - 4.9t^2 . \quad (42)$$

Эти решения получены интегрированием уравнений при постоянных параметрах.

Построим графики решений.

Решены уравнения движения летательного аппарата. Аналитические решения показывают эволюцию ориентации и траектории. Графики иллюстрируют поведение летательного аппарата во время сложного движения.

Заключение

Математическое моделирование является неотъемлемой частью теоретической механики летательных аппаратов. Дальнейшее развитие математических методов позволит решать более сложные задачи проектирования летательных аппаратов. В работе разработан метод решения аэродинамической задачи с применением современных математических методов описания движения летательных аппаратов.

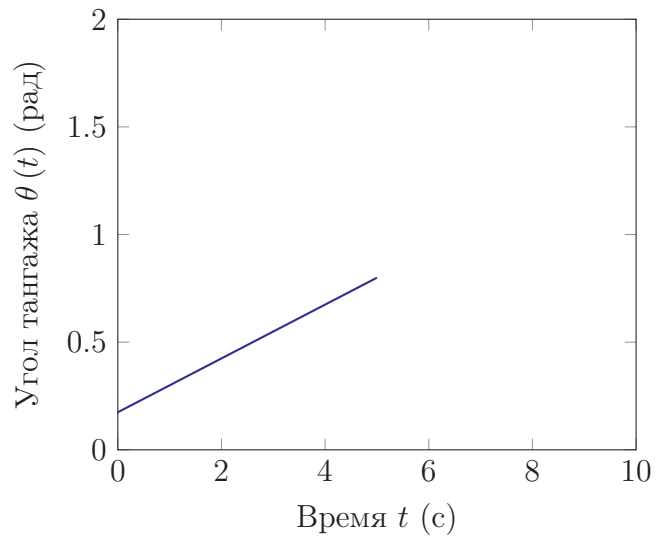


Рис. 1. Изменение угла тангажа $\theta(t)$.

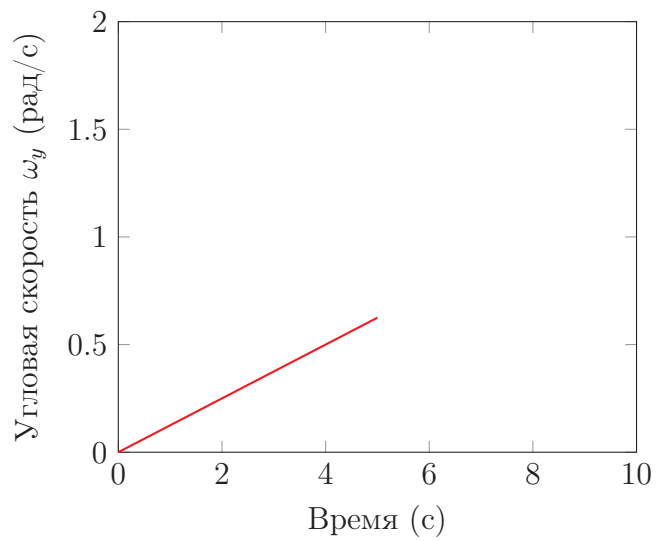


Рис. 2. Изменение угловой скорости $\omega_y(t)$.

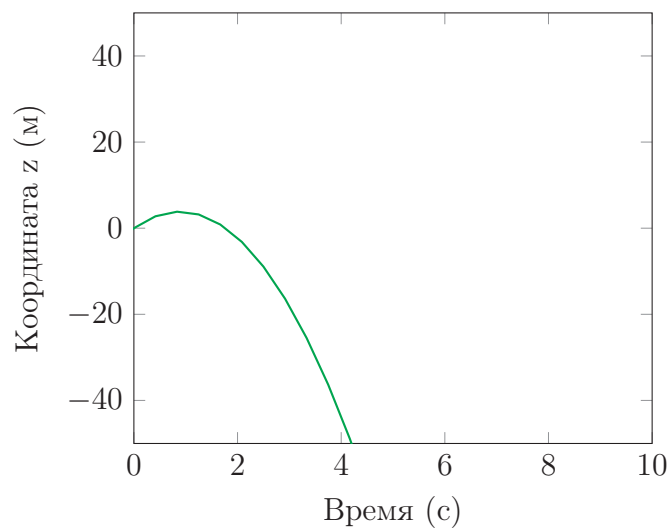


Рис. 3. Траектория по высоте $z(t)$.

Гипотеза исследования, заключающаяся в том, что применение современных математических методов позволит повысить эффективность проектирования летательных аппаратов, полностью подтверждена результатами проведённого исследования.

Теоретическая значимость подтверждена разработкой новой математической модели. Практическая значимость реализована через создание практических рекомендаций использования математической модели для решения аэродинамической задачи. Результаты исследования могут быть использованы при проектировании новых летательных аппаратов и модернизации существующих летательных аппаратов.

Список использованных источников

1. McGovern Seamus M., Cohen Seth B. Survey of contemporary aircraft flight dynamics models for use in airspace simulation // Modeling and simulation for military operations II / Ed. by Kevin Schum, Dawn A. Trevisani. — Vol. 6564. — SPIE, 2007. — apr. — P. 65640V. — URL: <http://dx.doi.org/10.1117/12.719696>.
2. Drela Mark. Integrated simulation model for preliminary aerodynamic, structural, and control-law design of aircraft // 40th Structures, structural dynamics, and materials conference and exhibit. — American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999. — apr. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/6.1999-1394>.
3. Tan Leon Mark Choon Seng. Computational modeling of the aerodynamic characteristics and flight mechanics and control of an unmanned aerial vehicle : Ph.D. thesis / Leon Mark Choon Seng Tan ; Nanyang Technological University. — 2008. — URL: <http://dx.doi.org/10.32657/10356/41778>.
4. Muhammad Hari, Surastyo Fuad, Sasongko Rianto Adhy. Simulation, parameter identification and control system design of an aircraft using unified mathematical model // ASEAN Engineering Journal. — 2013. — feb. — Vol. 3, no. 1. — P. 5–27. — URL: <http://dx.doi.org/10.11113/AEJ.V3.15381>.
5. Norouzi Masoud, Caferov Elbrus. Investigating dynamic behavior and control systems of the F-16 aircraft: mathematical modelling and autopilot design // International journal of aviation science and technology. — 2023. — dec. — Vol. vm04, no. is02. — P. 75–86. — URL: <http://dx.doi.org/10.23890/ijast.vm04is02.0203>.
6. Wang Xinhua, Cai Lilong. Mathematical modeling and control of a tilt-rotor aircraft // Aerospace science and technology. — 2015. — dec. — Vol. 47. — P. 473–492. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2015.10.012>.
7. Aircraft dynamics modeling at high angle of attack incorporating residual transformer autoencoder and physical mechanisms / Jinyi Ma [et al.] // Aerospace science and technology. — 2025. — may. — Vol. 160. — P. 110045. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2025.110045>.
8. Optimization approach for identification of dynamic parameters of localized joints of aircraft assembled structures / S. Hernandez [et al.] // Aerospace Science and Technology. — 2017. — oct. — Vol. 69. — P. 538–549. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2017.07.026>.
9. Deepa S. N., Sudha G. Longitudinal control of aircraft dynamics based on optimization of PID parameters // Thermophysics and aeromechanics. — 2016. — mar. — Vol. 23, no. 2. — P. 185–194. — URL: <http://dx.doi.org/10.1134/S0869864316020049>.

10. Narendra Kumpati S., Tripathi Shiva S. Identification and optimization of aircraft dynamics // Journal of aircraft. — 1973. — apr. — Vol. 10, no. 4. — P. 193–199. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/3.44364>.
11. Optimizing aircraft routes in dynamic conditions utilizing multi-criteria parameters / Oleh Sydorenko [et al.] // Applied sciences. — 2025. — may. — Vol. 15, no. 11. — P. 6044. — URL: <http://dx.doi.org/10.3390/app15116044>.

Сведения об авторах:

Андрей Васильевич Синдяев — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин Ульяновского института гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева, Ульяновск, Россия.

E-mail: syndyaev@rambler.ru

ORCID iD  0000-0002-9716-8189

Web of Science ResearcherID  OAJ-9987-2025

SCOPUS ID  6508080812

Original article
 PACS 47.85.Gj
 OCIS 000.6800
 MSC 74F10

Modeling of aircraft dynamics problems and optimization of aircraft parameters in modern aviation

A. V. Sindyaev 

Federal state budgetary educational institution of higher education “Ulyanovsk institute of civil aviation named after chief marshal of aviation B. P. Bugaev”, 432071, Ulyanovsk, Russia

Submitted August 12, 2025
 Resubmitted August 14, 2025
 Published September 30, 2025

Abstract. Current issues arising in the modeling and design of modern aircraft were examined. The aim of the work is to develop and improve mathematical methods for solving complex problems of aviation dynamics to optimize the parameters of modern aircraft. Research methods include mathematical modeling, numerical methods for solving differential equations, optimization algorithms, and computer analysis of aircraft dynamics. A mathematical model is proposed that allows for a more accurate description of aircraft flight dynamics.

Keywords: aerodynamics, aerodynamic problem, aircraft, Euler’s kinematic equations, Euler’s dynamic equations, mathematical modeling, aircraft design

References

1. McGovern Seamus M., Cohen Seth B. Survey of contemporary aircraft flight dynamics models for use in airspace simulation // Modeling and simulation for military operations II / Ed. by Kevin Schum, Dawn A. Trevisani. — Vol. 6564. — SPIE, 2007. — apr. — P. 65640V. — URL: <http://dx.doi.org/10.1117/12.719696>.
2. Drela Mark. Integrated simulation model for preliminary aerodynamic, structural, and control-law design of aircraft // 40th Structures, structural dynamics, and materials conference and exhibit. — American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999. — apr. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/6.1999-1394>.
3. Tan Leon Mark Choon Seng. Computational modeling of the aerodynamic characteristics and flight mechanics and control of an unmanned aerial vehicle : Ph.D. thesis / Leon Mark Choon Seng Tan ; Nanyang Technological University. — 2008. — URL: <http://dx.doi.org/10.32657/10356/41778>.
4. Muhammad Hari, Surastyo Fuad, Sasongko Rianto Adhy. Simulation, parameter identification and control system design of an aircraft using unified mathematical model // ASEAN Engineering Journal. — 2013. — feb. — Vol. 3, no. 1. — P. 5–27. — URL: <http://dx.doi.org/10.11113/AEJ.V3.15381>.

5. Norouzi Masoud, Caferov Elbrus. Investigating dynamic behavior and control systems of the F-16 aircraft: mathematical modelling and autopilot design // International journal of aviation science and technology. — 2023. — dec. — Vol. vm04, no. is02. — P. 75–86. — URL: <http://dx.doi.org/10.23890/ijast.vm04is02.0203>.
6. Wang Xinhua, Cai Lilong. Mathematical modeling and control of a tilt-rotor aircraft // Aerospace science and technology. — 2015. — dec. — Vol. 47. — P. 473–492. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2015.10.012>.
7. Aircraft dynamics modeling at high angle of attack incorporating residual transformer autoencoder and physical mechanisms / Jinyi Ma [et al.] // Aerospace science and technology. — 2025. — may. — Vol. 160. — P. 110045. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2025.110045>.
8. Optimization approach for identification of dynamic parameters of localized joints of aircraft assembled structures / S. Hernandez [et al.] // Aerospace Science and Technology. — 2017. — oct. — Vol. 69. — P. 538–549. — URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2017.07.026>.
9. Deepa S. N., Sudha G. Longitudinal control of aircraft dynamics based on optimization of PID parameters // Thermophysics and aeromechanics. — 2016. — mar. — Vol. 23, no. 2. — P. 185–194. — URL: <http://dx.doi.org/10.1134/S0869864316020049>.
10. Narendra Kumpati S., Tripathi Shiva S. Identification and optimization of aircraft dynamics // Journal of aircraft. — 1973. — apr. — Vol. 10, no. 4. — P. 193–199. — URL: <http://dx.doi.org/10.2514/3.44364>.
11. Optimizing aircraft routes in dynamic conditions utilizing multi-criteria parameters / Oleh Sydorenko [et al.] // Applied sciences. — 2025. — may. — Vol. 15, no. 11. — P. 6044. — URL: <http://dx.doi.org/10.3390/app15116044>.

Information about authors:

Andrey Vasilievich Sindyaev — Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of natural sciences at the Ulyanovsk civil aviation institute named after chief air marshal B. P. Bugaev, Ulyanovsk, Russia.

E-mail: sindyaev@rambler.ru

ORCID iD  0000-0002-9716-8189

Web of Science ResearcherID  OAJ-9987-2025

SCOPUS ID  6508080812