

УДК 531.36
ББК 22.213
ГРНТИ 30.03.17
ВАК 01.02.01

Математическое и компьютерное моделирование в управлении воздушным движением

В. П. Глухов , В. А. Казаков , А. С. Узкая , А. В. Синдяев  ¹

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ульяновский институт гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева», 432071, Ульяновск, Россия

Поступила в редакцию 10 ноября 2020 года
После переработки 3 декабря 2020 года
Опубликована 12 декабря 2020 года

Аннотация. Рассматриваются вопросы, связанные с математическим моделированием времени полётов и траектории движения воздушных судов на пересекающихся маршрутах с учётом влияния ветра. Решается задача, позволяющая избежать столкновения воздушных судов, если рассматривать все полёты воздушных судов на одном эшелоне.

Ключевые слова: математическая модель, воздушное судно, граф, столкновение, влияние ветра, путевая скорость, компьютерное моделирование

Введение

Статья посвящена математическому и компьютерному моделированию влияния ветра на столкновение воздушных судов. Рассматривается, что произойдёт, если учесть влияние ветра на время движения воздушного судна. Учёт влияния ветра на время движения воздушного судна является актуальной задачей в динамике современных летательных аппаратов.

Целью работы является исследование влияния ветра на столкновение воздушных судов.

Задачей работы является процесс математического и компьютерного моделирования влияния ветра на столкновение воздушных судов.

Объектом исследования является динамика современных летательных аппаратов.

Предметом исследования является набор характеристик динамики современных летательных аппаратов с учётом влияния ветра.

Гипотеза исследования состоит в том, что если найти критерии безопасности движения воздушных судов с учётом влияния ветра, то можно организовать полеты воздушных судов и управление движением воздушных судов таким образом, чтобы избежать столкновения воздушных судов.

¹E-mail: syndyaev@rambler.ru

Обзор

Математическое моделирование играет очень важную роль в различных процессах, связанных с решением разнообразных проблем науки, производства, образования, а так же других сфер деятельности (см, например, [1]). В настоящее время трудно представить управление воздушным движением и навигацию летательных аппаратов без математического и компьютерного моделирования. Как было показано в статьях [2–4] применение графов позволяет смоделировать траекторию движения самолётов и с учётом времени полёта воздушных судов позволяет избежать опасного сближения и столкновения при скорости ветра равной нулю.

Используя математическую и компьютерную модели, рассмотренные в статьях [2–4] рассмотрим влияние ветра на столкновение воздушных судов. Применяя навигационный треугольник скоростей и путевую скорость, решим уравнение, связанное со временем столкновения двух воздушных судов. Все полёты воздушных судов будем рассматривать на одном эшелоне.

Модель

Пусть два воздушных судна вылетают из определённых населённых пунктов, как показано на рис. 1 с определённым временным интервалом. Первое воздушное судно идёт по маршруту M_1 (1, 2, 3, 5), а второе по маршруту M_2 (5, 4, 2, 1). При определённых временных параметрах они могут столкнуться в точке А, как было показано в работах [2–4]. Чтобы этого избежать, необходимо выдерживать определённый временной интервал. Движение воздушных масс (ветер) оказывает существенное влияние на полёт воздушного судна и может изменить временные параметры полёта.

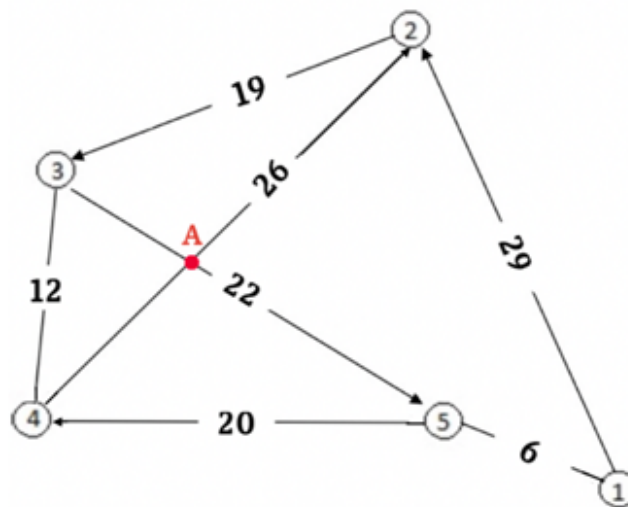


Рис. 1. Граф полётов двух воздушных судов.

Обозначим скорость воздушного судна, с которой оно движется относительно воздушной массы \mathbf{v} . Эта скорость будет называться воздушной скоростью. Скорость воздушных масс (скорость ветра) обозначим \mathbf{u} . Путевая скорость \mathbf{w} является векторной суммой воздушной скорости воздушного судна и скорости ветра

$$\mathbf{w} = \mathbf{v} + \mathbf{u} . \tag{1}$$

На рис. 2 видно, что под воздействием ветра воздушное судно сносится в сторону от начального курса \overrightarrow{AB} на угол α и для того, чтобы двигаться прежним курсом относительно Земли, воздушное судно должно лететь под углом, который называется

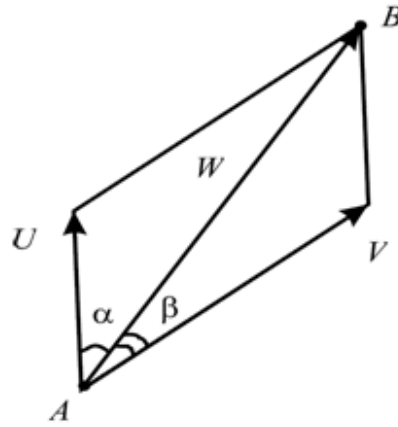


Рис. 2. Векторная диаграмма скоростей.

углом упреждения β . Из навигационного треугольника скоростей [5] легко показать, что

$$w = u \cos \alpha + \sqrt{v^2 - u^2 \sin^2 \alpha} . \quad (2)$$

Таким образом, на каждом участке маршрута скорость движения воздушного судна относительно Земли может отличаться от воздушной скорости и вследствие этого, время движения воздушного судна на каждом участке может изменяться по сравнению с движением без учёта ветра.

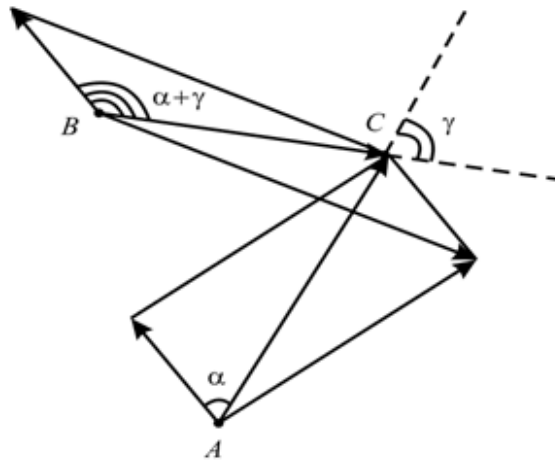


Рис. 3. Столкновения двух воздушных судов с учётом ветра.

Рассмотрим ситуацию, когда одно воздушное судно вылетает из пункта A , а другое из пункта B , причём одновременно. Первое воздушное судно следует курсом \overrightarrow{AC} , а второе следует курсом \overrightarrow{BC} (см. рис. 3). Тогда столкновение наступит в случае равенства времён полётов до точки пересечения их курсов.

$$t_1 = t_2 , \quad (3)$$

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} , \quad (4)$$

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} . \quad (5)$$

Без учёта ветра, скорости обоих воздушных судов будут v_1 и v_2 , соответственно s_1 и s_2 – длины путей, которые должны пройти оба воздушных судна до точки C . Предположим,

для простоты $v_1 = v_2 = 300$ км/ч, $s_1 = 60$ км, $s_2 = 50$ км. Тогда по формулам (4) и (5) время движения первого воздушного судна $t_1 = 12$ мин, а время движения второго воздушного судна $t_2 = 10$ мин. То есть столкновения не произойдёт, так как воздушные суда прибудут в точку C в разное время.

Теперь предположим, что дует ветер под углом α относительно маршрута первого воздушного судна. А угол между маршрутами первого и второго воздушного судна составляет угол γ (см. рис. 3). Тогда:

$$t_1 = \frac{s_1}{w_1}, \quad t_2 = \frac{s_2}{w_2}, \quad (6)$$

где w_1 и w_2 – путевые скорости воздушного судна.

Найдём такой угол α , при котором воздушные суда столкнутся в точке C . В этом случае время полёта до точки C у обоих воздушных судов будет одинаковым. Согласно формулам (6) и (7) получаем

$$\frac{s_1}{u \cos \alpha + \sqrt{v_1^2 - u^2 \sin^2 \alpha}} = \frac{s_2}{u \cos (\alpha + \gamma) + \sqrt{v_2^2 - u^2 \sin^2 (\alpha + \gamma)}}. \quad (7)$$

Решая данное тригонометрическое уравнение относительно α , можно найти угол, при котором произойдёт столкновение. Если уравнение не имеет решения, то при данных условиях столкновение не может произойти. Рассмотрим для простоты случай, когда $\alpha + \gamma = 180^\circ$, $v_1 = v_2 = 300$ км/ч, $s_1 = 60$ км, $s_2 = 50$ км, $u = 30$ км/ч. Подставив в формулу (7) после преобразования получим

$$180 \cos (180^\circ) + 6\sqrt{300^2 - 30^2 \sin^2 (180^\circ)} = 150 \cos (\alpha) + 5\sqrt{300^2 - 30^2 \sin^2 (\alpha)}. \quad (8)$$

Откуда получаем $\alpha \approx 35.2^\circ$. То есть, при таком угле ветра, при данных условиях произойдёт столкновение. Таким образом, зная угол направления ветра, скорости воздушных судов, скорость ветра, расстояние до точки пересечения маршрутов можно рассчитать произойдёт ли столкновение воздушных судов.

Компьютерная модель даёт возможность рассматривать процесс полёта воздушных судов в их динамике. Отобразим некоторые моменты полётов воздушных судов.

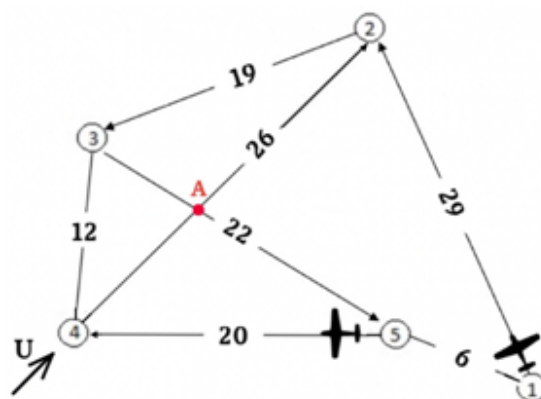


Рис. 4. Вылет воздушных судов из точки 1 и точки 5.

На рис. 4 изображена схема вылета воздушных судов из точки 1 и точки 5.

На рис. 5 изображена схема столкновения воздушных судов в точке А.

Составим таблицу движения двух воздушных судов по пересекающимся в точке А маршрутам. В каждой ячейке табл. 1 представлено время пролета 1 и 2 воздушных судов соответствующих точек маршрута.

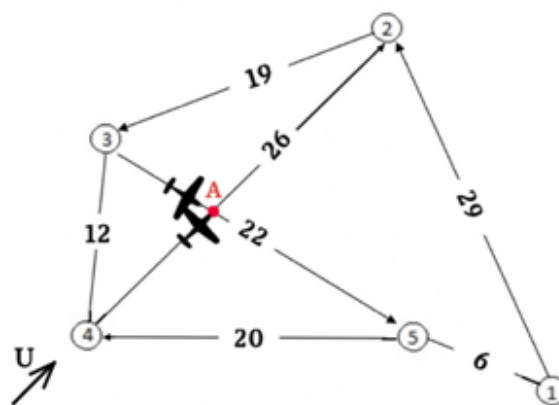


Рис. 5. Столкновение воздушных судов в точке А.

Таблица 1. Полёт воздушного судна с учётом ветра.

Суда	1	2	3	точка А	4	5
1	00:00'	00:07'	00:11'	00:13'	-	00:16'
2	00:22'	00:16'	-	00:13'	00:11'	00:06'

Заключение

Первое воздушное судно вылетает из точки 1 в 00 часов 00 минут, затем пролетает точки 2, 3, и в 00 часов 13 минут оказывается в точке А. Второе воздушное судно вылетает из точки 5 в 00 часов 6 минут, затем пролетает точку 4 и в 00 часов 13 минут оказывается в точке А. Исходя из этого, время пролета воздушных судов следующих точек маршрута учитывать не представляется возможным, так как полёт воздушных судов заканчивается столкновением в точке А. Показано, что зная угол направления ветра, скорости воздушных судов, скорость ветра, расстояние до точки пересечения маршрутов можно рассчитать произойдёт ли столкновение воздушных судов. Найденные критерии безопасности позволяют организовать полеты и их управление таким образом, чтобы избежать столкновения воздушных судов.

Гипотеза исследования, состоящая в том, что если найти критерии безопасности движения воздушных судов с учётом влияния ветра, то можно организовать полеты воздушных судов и управление движением воздушных судов таким образом, чтобы избежать столкновения воздушных судов, подтверждена полностью.

Список использованных источников

1. Математическое моделирование биологических процессов как реализация межпредметных связей на уроках математики и биологии : учебно-методическое пособие / В. П. Глухов [и др.]. — Ульяновск : УИПКПРО, 2004. — 28 с.
2. Акимова А. А., Глухов В. П., Узкая А. С. Межпредметные связи как средство повышения качества образования: математика и управление воздушным движением // Наука online. — 2019. — № 2 (7). — С. 33–44.
3. Акимова А. А., Узкая А. С. Теория графов в управлении воздушным движением // Материалы Международной молодёжной научной конференции “XXIV Туполевские чтения (школа молодых учёных)”. — Т. 5. — Казань : Издательство ИП Сагиева А.Р., 2019. — С. 86–89.

4. Акимова А. А., Глухов В. П., Узкая А. С. Математика и её использование в организации учебных полётов // Научный вестник Ульяновского института гражданской авиации. — 2020. — № 11. — С. 60–64.
5. Воздушная навигация и элементы самолётовождения : учебное пособие / В. Я. Мамаев [и др.]. — Санкт-Петербург : СПбГУАП, 2002. — 256 с.

Сведения об авторах:


Владимир Петрович Глухов — кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин Ульяновского института гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева, Ульяновск, Россия.

E-mail: vp11111948@yandex.ru

ORCID iD  0000-0002-3541-1673

Владимир Алексеевич Казаков — доцент, доцент кафедры управления воздушным движением и навигации Ульяновского института гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева, Ульяновск, Россия.

E-mail: kafedra_uvd@list.ru

ORCID iD  0000-0003-0171-1552

Алина Сергеевна Узкая — курсант Ульяновского института гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева, Ульяновск, Россия.

E-mail: alina662143@mail.ru

ORCID iD  0000-0003-2017-9856

Андрей Васильевич Синдяев — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры естественнонаучных дисциплин Ульяновского института гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б. П. Бугаева, Ульяновск, Россия.

E-mail: syndyaev@rambler.ru

ORCID iD  0000-0002-9716-8189

SCOPUS ID  6508080812

Mathematical and computer modeling in air traffic control

V. P. Glukhov , V. A. Kazakov , A. S. Uzkaya , A. V. Sindyaev 

*Ulyanovsk Civil Aviation Institute named after Chief Air Marshal B. P. Bugaev, 432071,
Ulyanovsk, Russia*

Submitted November 10, 2020

Resubmitted December 3, 2020

Published December 12, 2020

Abstract. The questions connected with mathematical modeling of time of flights and trajectory of movement of aircrafts on crossing routes taking into account influence of a wind are considered in this article. The problem is solved, which allows avoiding a collision of aircraft, if we consider all flights of aircraft at the same level.

Keywords: mathematical model, aircraft, graph, collision, wind effect, ground speed, computer simulation

PACS: 01.55.+b

References

1. Mathematical modeling of biological processes as the implementation of intersubject connections in the lessons of mathematics and biology: teaching aid / B. P. Glukhov [et al.]. — Ulyanovsk : UIPKPRO, 2004. — 28 p.
2. Akimova A. A., Glukhov V. P., Uzkaya A. S. Interdisciplinary connections as a means of improving the quality of education: mathematics and air traffic control // Science online. — 2019. — no. 2 (7). — P. 33–44.
3. Akimova A. A., Uzkaya A. S. Theory of graphs in air traffic control // Materials of the International youth scientific conference “XXIV Tupolev Readings (School of young scientists)”. — Vol. 5. — Kazan : Publishing house of individual entrepreneur A. R. Sagieva, 2019. — P. 86–89.
4. Akimova A. A., Glukhov V. P., Uzkaya A. S. Mathematics and its use in organizing training flights // Scientific bulletin of the Ulyanovsk Institute of Civil Aviation. — 2020. — no. 11. — P. 60–64.
5. Air Navigation and Air Navigation Elements: A Tutorial / B. Ya.Mamaev [et al.]. — St. Petersburg : SPbGUAP, 2002. — 256 p.

Information about authors:

Vladimir Petrovich Glukhov — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Natural Sciences at the Ulyanovsk Civil Aviation Institute named after Chief Air Marshal B. P. Bugaev, Ulyanovsk, Russia.

E-mail: vp11111948@yandex.ru

ORCID iD  0000-0002-3541-1673

Vladimir Alekseyevich Kazakov — Associate Professor, Associate Professor of Department of Air Traffic Control and Navigation at the Ulyanovsk Civil Aviation Institute named after Chief Air Marshal B. P. Bugaev, Ulyanovsk, Russia.

E-mail: kafedra_uvd@list.ru

ORCID iD  0000-0003-0171-1552

Alina Sergeyevna Uzkaya — a cadet of the Ulyanovsk Civil Aviation Institute named after Chief Air Marshal B. P. Bugaev, Ulyanovsk, Russia.

E-mail: alina662143@mail.ru

ORCID iD  0000-0003-2017-9856

Andrey Vasilievich Sindyaev — Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Natural Sciences at the Ulyanovsk Civil Aviation Institute named after Chief Air Marshal B. P. Bugaev, Ulyanovsk, Russia.

E-mail: syndyaev@rambler.ru

ORCID iD  0000-0002-9716-8189

SCOPUS ID  6508080812