УДК 004.942

ББК 32.973

Гибридная стохастическая модель движения объекта по сложной траектории: анализ наблюдаемости и управляемости, мультисенсорный алгоритм оценивания

Голубков Алексей Владимирович,

аспирант факультета физико-математического и технологического образования, ассистент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», г. Ульяновск, Россия

Научный руководитель: Цыганов Андрей Владимирович,

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «УлГПУ им. И.Н. Ульянова», г. Ульяновск, Россия

Столярова Ирина Викторовна,

кандидат педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой высшей математики, ФГБОУ ВО "УлГПУ им. И.Н. Ульянова", г. Ульяновск, Россия

Аннотация. Рассматривается задача оценивания параметров объекта, движущегося по сложной траектории, состоящей из отрезков прямолинейного и кругового движения в условиях зашумленных измерений. Приведены результаты анализа гибридной стохастической модели на наблюдаемость и управляемость. Приведен децентрализованный мультисенсорный алгоритм оценивания вектора состояния объекта, построенный на основе информационной формы фильтра Калмана. Результаты применимы для решения задач слежения за подвижными объектами.

Ключевые слова: математическое моделирование, стохастические линейные системы, параметрическая идентификация, адаптивная фильтрация, дискретные модели стохастических систем, диагностика нарушений.

В настоящее время, задача адаптивного оценивания параметров режима движения объекта по сложной траектории в условиях неполноты измерений и зашумленности является актуальной в силу важности ее практических приложений. Примерами таких приложений являются задачи сопровождения целей, робототехники, обработки сигналов со сканирующих дальномеров. Методы построения и оценивания параметров траектории движения объекта с помощью дискретных линейных стохастических моделей могут применяться для решения задач слежения за движущимися объектами.

Сложность определения параметров движения состоит в том, что для анализа имеются только неполные зашумленные измерения, поступающие с внешнего измерительного устройства.

Для описания траектории объекта используется гибридная стохастическая линейная модель [8], в которой сложная траектория объекта рассматривается как комбинация трех возможных режимов движения: равномерного прямолинейного движения, равномерное движение по окружности с заданным радиусом при повороте влево, и равномерное движение по окружности при повороте вправо.

Благодаря такому подходу, нелинейная математическая модель движения объекта по сложной траектории заменяется набором линейных динамических моделей, что позволяет применять устойчивые к ошибкам округления дискретные алгоритмы калмановской фильтрации.

Предположим, что траекторию объекта можно разделить на отдельные достаточно длинные участки, на каждом из которых его движение может быть представлено линейной стохастической моделью, описывающей либо прямолинейное равномерное движение, либо круговое движение против/по часовой стрелке (поворот налево/направо) с заданным радиусом.

Рассмотрим три таких модели. Тогда движение объекта по всей траектории может быть описано гибридной стохастической моделью

$$x_k = \Phi_i x_{k-1} + B_i + G w_{k-1}, \qquad (1)$$

где k – это дискретный момент времени, $i \in \mathbb{Z}$ – номер режима движения; $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \in \mathbb{R}^4$ – четырехмерный вектор состояния, в котором координата x_1 описывает положение объекта вдоль оси Ох, x_2 – скорость v_x вдоль оси Ох, x_3 – координата вдоль оси Оу, x_4 – скорость v_y вдоль оси Оу.

Запишем матрицы модели:

1) прямолинейное равномерное движение, номер режима движения $i = 0$:

$$\Phi_0 = \Phi_0(\tau) = \begin{bmatrix} \Phi_p & 0 \\ 0 & \Phi_p \end{bmatrix},$$

$$\Phi_p = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T,$$

где $\tau = t_k - t_{k-1}$ – шаг дискретизации.

2) круговое равномерное движение при повороте влево с заданным радиусом r (номер режима движения $i = 1$) и круговое равномерное движение при повороте вправо с заданным радиусом r (номер режима движения $i = 2$):

$$\Phi_{1,2} = \Phi_{1,2}(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} \Phi_c & 0 \\ 0 & \Phi_c \end{bmatrix},$$

$$\Phi_c = \begin{bmatrix} \cos\omega\tau & \omega^{-1}\sin\omega\tau \\ -\omega\sin\omega\tau & \cos\omega\tau \end{bmatrix},$$

$$B_1(x_s, r, \tau) = \begin{bmatrix} \left(x_{1,s} - \omega^{-1}x_{4,s}\right)(1 - \cos\omega\tau) \\ \left(\omega x_{1,s} - x_{4,s}\right)\sin\omega\tau \\ \left(x_{3,s} + \omega^{-1}x_{2,s}\right)(1 - \cos\omega\tau) \\ \left(\omega x_{3,s} + x_{2,s}\right)\sin\omega\tau \end{bmatrix},$$

$$B_2(x_k, r, \tau) = \begin{bmatrix} (x_{1,s} + \omega^{-1} x_{4,s})(1 - \cos \omega\tau) \\ (\omega x_{1,s} + x_{4,s}) \sin \omega\tau \\ (x_{3,s} - \omega^{-1} x_{2,s})(1 - \cos \omega\tau) \\ (\omega x_{3,s} - x_{2,s}) \sin \omega\tau \end{bmatrix},$$

где r – это радиус движения по окружности, $\omega = |v_s|/r > 0$, $v_s = \begin{bmatrix} x_{2,s} \\ x_{4,s} \end{bmatrix}$ – вектор скорости в точке с координатами $(x_{1,s}, x_{3,s})$, в момент смены режима движения.

Для всех типов движения матрица усиления дискретного белого шума $w_k \sim \mathcal{N}(0, Q)$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Модель измерений запишем в виде:

$$z_k = Hx_k + v_k, \qquad (2)$$

где матрица H – матрица измерений, а v_k – вектор ошибок измерений, являющийся гауссовым белым шумом с математическим ожиданием, равным нулю, и диагональной ковариационной матрицей $R = \mathrm{diag}[\rho_1, \rho_2]$.

Система называется наблюдаемой [9, Определение 2.11] в момент времени t_0, если для некоторого момента времени $t_1 > t_0$ по реализациям $u(t)$ и $z(t)$ можно определить состояние $x(t_0) = x_0$.

Система называется полностью наблюдаемой [9, Определение 2.12], если она наблюдаема в любой момент времени.

В работе [7] показано, что данная модель является полностью наблюдаемой при следующих матрицах измерений:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Причем минимальным количеством измеряемых элементов вектора состояния, достаточных для выполнения критерия полной наблюдаемости, обладает система с матрицей измерений H_4.

Измерения координат, описывающих положение объекта (x_1 и x_3), являются обязательными для выполнения критерия полной наблюдаемости, в то время как измерение координат скоростей (x_2 и x_4) избыточны, и не несут дополнительной информации.

Система называется управляемой [9, Определение 2.5], если для произвольного момента времени t_0 и начального состояния $x(t_0) = x_0$ найдется такое кусочно-непрерывное управление $u(t)$, и момент $t > t_0$, что единственное решение $x(t)$ при данных начальных условиях $x(t_0) = x_0$ пройдет через заданную точку $x(t_1) = x_1$.

Система называется полностью управляемой [9, Определение 2.6], если она управляема в любые моменты времени и при любых начальных условиях.

Данная гибридная стохастическая не является полностью управляемой.

Централизованным фильтром Калмана (ЦФК) называют стандартный алгоритм дискретной калмановской фильтрации с векторной обработкой измерений. Последнее означает, что все измерения, доступные в текущий момент времени, рассматриваются как один составной вектор измерений $z(k)$ [2]

Отдельные измерения могут быть получены от разных сенсоров, но все они передаются на центральный процессор для обработки с целью вычисления оценок вектора состояния.

Такие оценки называют глобальными оценками. Недостаток ЦФК состоит в том, что отказ в работе одного из сенсоров может привести к неверным оценкам всего вектора состояния. Второй существенный недостаток заключается в том, что сбой в работе центрального процессора автоматически приводит к полной потере работоспособности алгоритма оценивания.

В отличие от ЦФК, децентрализованным фильтром Калмана (ДФК) называют алгоритм оценивания с вычислением оценок вектора состояния локально в каждом из множества сенсоров, находящихся в узлах мультисенсорной сети. Такие оценки называют локальными. Затем сенсоры обмениваются между собой локальными оценками с целью вычисления глобальной оценки вектора состояния. Таким образом, пропадает необходимость в центральном процессоре, поскольку в каждый дискретный момент времени каждый узел имеет свою «копию» глобальной оценки. В этом случае выход из строя одного из сенсоров не приведет к потере работоспособности алгоритма оценивания. В настоящее время разработано множество различных децентрализованных алгоритмов фильтрации.

В недавней работе [6] предложен способ использования ДФК на основе информационной формы фильтра Калмана для вычисления оценок параметров движения объекта по сложной траектории.

Для обнаружения непредвиденного изменения режима движения, этап коммуникации и ассимиляции ДФК был дополнен возможностью вычисления сигнальной скалярной функции, основанной на известном свойстве невязки измерений в оптимальном фильтре быть белой гауссовой последовательностью.

Такое дополнение уравнений ДФК позволило контролировать оптимальность алгоритма оценивания в каждом сенсоре. Потеря оптимальности фильтра указывает на то, что произошла смена режима движения и объект начал двигаться по следующему участку траектории.

Рассмотрим сеть сенсоров с полносвязной топологией из N узлов, в которой каждый узел i имеет возможность вычислять собственные оценки

$\hat{x}_i^-(k)$ и соответствующие им матрицы ковариаций ошибок оценивания $P_i(k)$
.

Измерения и оценки, получаемые в узлах, будем называть локальными. Предположим, что модель измерений одинакова в каждом узле, а локальные измерения описываются следующей моделью:

$$z_i(k) = H_i x(k) + v_i(k),$$

В ДФК к основным этапам прогноза и обновления добавляется этап коммуникации и ассимиляции данных:

Локальный прогноз:

$$\hat{x}_i^-(k) = \Phi_i \hat{x}_i^+(k-1) + B_i u(k-1)$$

$$(P_i^-(k))^{-1} = (\Phi_i P_i^+(k-1) {\Phi_i}^T + GQG^T)^{-1}$$

Локальное обновление (по текущему измерению):

$$\Delta s_i(k) = H_i^T R_i^{-1} z_i(k),$$
$$\Delta \mathcal{J}_i = H_i^T R_i^{-1} H_i^T$$

Коммуникация и ассимиляция:

$$\left(P_i^+(k)\right)^{-1} = \left(P_i^-(k)\right)^{-1} + \sum_{j=1}^{N} \Delta \mathcal{J}_j,$$

$$\hat{x}_i^+(k) = P_i^+(k)[(P_i^-(k))^{-1} \hat{x}_i^-(k) + \sum_{j=1}^{N} \Delta s_j(k)].$$

где $P(k)$ – матрица ковариации ошибок оценивания, знаки "+" и "-" означают соответственно априорную и апостериорную оценки вектора состояния и соответствующие матрицы ковариации ошибки оценивания.

Информационной матрицей $\mathcal{J}$ называется матрица, обратная к ковариационной матрице ошибки оценивания, т.,е. $\mathcal{J} = P^{-1}$, Δs и $\Delta \mathcal{J}$ –

соответственно обновления информационного вектора и информационной матрицы. Децентрализованный фильтр Калмана эквивалентен централизованному с моделью измерений (2) [6].

Заключение:

В работе рассмотрена задача оценивания параметров объекта, движущегося по сложной траектории, состоящей из отрезков прямолинейного и кругового движения в условиях зашумленных измерений. Модель движения объекта по сложной траектории задана в виде набора линейных стохастических моделей, отвечающих за различные участки движения: прямолинейное равномерное движение и круговое равномерное движение при повороте влево либо вправо.

Приведены результаты анализа гибридной стохастической модели на наблюдаемость и управляемость. Приведен децентрализованный мультисенсорный алгоритм оценивания вектора состояния объекта, построенный на основе информационной формы фильтра Калмана.

Список использованных источников

1. Bar-Shalom Y., Li X.-R., Kirubarajan T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms and Software. – New Jersey: John Wiley and Sons, 2002.
2. Hanlon P.D., Maybeck P.S. Multiple-model adaptive estimation using a residual correlation Kalman filter bank // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 36, no. 2, pp. 393–406, April 2000.
3. Golubkov A.V., Tsyganov A.V., Tsyganova Yu.V. Adaptive estimation of an object motion parameters based on the hybrid stochastic model // Journal of Physics: Conference Series. 2018. vol. 1096, no. 1. P. 012166.
4. Tsyganov A.V., Tsyganova Yu.V., Golubkov A.V., Petrishchev I.O. Adaptive estimation of a moving object trajectory using sequential hypothesis testing //

Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: «Математическое моделирование и программирование». 2019. т. 12, № 1. С. 156–162.

5. Голубков А.В., Петрищев И.О., Цыганов А.В., Цыганова Ю.В. Диагностика режима движения объекта на основе гибридной модели // Вестник НГИЭИ. 2017. № 12 (79). С. 22−32.
6. Голубков А.В., Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Петрищев И.О., Децентрализованное мультисенсорное оценивание параметров движения объекта по сложной траектории // Сборник трудов V международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2019), Самара: Новая техника, 2019. С.178– 188.
7. Голубков, А. В. Анализ наблюдаемости гибридной стохастической модели движения объекта по сложной траектории / А. В. Голубков // Информационные технологии в моделировании и управлении: подходы, методы, решения: Сборник научных статей II Всероссийской научной конференции с международным участием: 22–24 апреля 2019 г. В двух частях. Ч. 1. — Тольятти: Издатель Качалин Александр Васильевич, 2019. — С. 107–112.
8. Семушин И.В., Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Голубков А.В., Винокуров С.Д. Моделирование и оценивание траектории движущегося объекта // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2017. т. 10, № 3. С. 108–119.
9. Семушин И.В., Цыганова Ю.В. Детерминистские модели динамических систем. Методическое пособие. Ульяновск : УлГТУ, 2007. 75 с.